بسم الله الرحمن الرحيم

التمارين والمشكلات:

الهدف الأساس من حل التمارين الرياضية الموجودة في نهاية كل درس هو تعزيز القاعدة الحسابية وتطبيقها مباشرة. وتتطلب معظم التمارين تطبيق قاعدة تعلمها الطلاب والتوصل إلى الحل الصحيح ، فبعد

الانتهـــاء مـــن تـــدريس عمليـــة ضــــــرب أو جمــــــع عـــــددين يعطــــي اللطالــــب عـــدد مـــن التمــــــارين يطبــــــق فيهــــــا القاعـــدة التـــي تعلمهـــا ليصـــل إلى الحل الصحيح .

هدا التطبيق لا يعادل مستوى التطبيق الوارد في مستويات بلوم المعرفية

وهنـــاك نـــوع آخـــر مـــن التمـــارين التـــي تطلـــب مـــن

الطالب تحديد العملية المطلوبة هل هي ضرب أم جمع أم طرح إذا عرف الطالب العملية التي سوف يستخدمها للوصول إلى الحل الصحيح فإنه ليس هناك مشكلة بمعني مشكلة أصلا. لأن الإنسان الذي يستطيع أن يحدد الطريقة التي توصله إلى هدفه لا يواجه مشكلة، أما الآخر

الــذي لا يجــد طريقــة توصــله إلــى هدفــه فهــو الــذي يواجــه مشكلة بمعناها الحقيقي .

حل المشكلات:

مــن أهــم أهــداف تــدريس الرياضـــــــــيات حــــــــل المشـــــكلات. وهـــــو عبــــارة عــن إيجــاد طريقــة أو وســيلة للتغلــب علــى المشــكلة حيــث لا وســـيلة معروفـــة لـــــذلك. إنهـــا مقـــدرة الفـــرد فـــي

التغلب على الصعاب وإيجاد طرق ووسائل غير مباشرة لتحقيق الهدف عند انعدام الطرق المباشرة.

والقدرة على حل المشكلات ترفع الكائن الحي إلى مستوى أعلى من مستوى الكائنات الأقل ذكاء منه، كما أنها ترفع الإنسان إلى مستوى أعلى من بعض الحيوانات

الذكية. أنها ترفع الفرد إلى مستوى أعلى من مستوى الآخرين من بني جنسه.

ويمكن القول أن حل المشكلات فضيلة الذكاء، والذكاء هبة الخالق سبحانه وتعالى لبني الإنسان، ويصف بعضهم الذكاء بأنه المقدرة على حل المشكلات اليومية الشخصية ، الاجتماعية ،

الاقتصـــــــادية .. وغيرهــــا، وإذا لـــــم تعنــــي التربيــــة بتطــوير هــذه المقــدرة فهــذا قصور ينبغي تداركه .

هـــــذه المقـــــدرة مـــــن الممكـــن أن تتطـــور وذلـــك عـــن طريـــق اســـتخدامها أي حـــل المشـــكلات, فالإنســـان يـــــتعلم حـــــل المســـــائل الرياضــــية عـــــن طريـــــق المســـائل ، كمـــا أنـــه يـــتعلم

السباحة بالسباحة . وهنا يأتي دور المدرس . فدور المدرس هو اختيار نوعية المسائل الملائمة للتلاميذ بأن تكون مسائل ليست صعبة للغاية أو سهلة جدا وتكون مسائل تثير فيهم الرغبة في حلها، و تناسب مستواهم، كما يجب عليه أن يعطي التلاميذ بعضا

مــن الوقــت للتفكيــر فـــي حلهــا
.
وبعــــد ذلـــــك يســــاعدهم مســـاعدة ليســـت قليلـــة جـــدا و إلا فـــان الطالـــب لـــن يحـــرز تقـــدماً, وليســـت كثيـــرة جـــدا وإلا فـــإن الطالـــب لا تتـــاح لـــه فرصـــة القيـــام بالعمـــل ، بـــل يجـــب عليـــه مـــد يـــد العـــون والمســـاعدة بالقـــدر المناســـب الـــذي يتـــرك فيـــه للطالـــب

بعض الحرية، والاعتماد على النفس حتى تطور لديه المقدرة.

حل المشكلات كهدف :

الرياضيون والتربويون وكثير ممن يعني بالإجابة عن هذا التساؤل يصف حل المشكلات بأنه أحد أهداف تدريس الرياضيات إن لم يكن الهدف الرئيسي .

والمقصـــــد الحقيقـــــي لتــــدريس الرياضــــيات هـــو أنهـــا مـــادة مفيـــــدة ونافعـــــة فـــــي حــــــل المشـــــاكل . ولــــــذا يصـــــف بعضــــــهم الرياضــــيات أنهــــا الوســـــيلة المناســـــبة لتنميــــة القــدرة علـــى حـــل المشــكلات .

وينظـــــــر إلـــــــى حـــــــل المشـــــكلات علـــــى أنـــــه روح الرياضــــيات وقلبهـــا النـــابض

، وتعلـــــم وتعلـــــيم حـــــل المشـــــكلات هـــــو الهـــــدف الأساســـــي مـــــن تـــــدريس الرياضـــــيات . بالإضـــــافة إلـــى هـــذه النظـــرة إلـــى حـــل المشـــكلات كهـــدف فـــي حـــد ذاتهـــا ، هنـــاك نظـــرة أخـــرى إليها كوسيلة، أو أسلوب .

حل المشكلات كوسيلة:

هنـــاك معنـــى آخـــر لحـــل المشـــكلات عنـــد النظـــر إليهـــا

وترجمتها على أنها وسيلة لحل المشكلات. لقد عرف بعضهم حل المشكلات بأنها تطبيق للمعارف المكتسبة في مواقف جديدة و غير مألوفة. ووجهة النظر هذه إلى حل المشكلات على أنها أسلوب أو عملية من الممكن أن تتضح لنا بصورة أكثر جلاء عندما نفرق بين الحل الذي يصل

إليه الطالب والأسلوب الذي اتبعه الطالب للوصول إلى الحل . والمقصود بوجهة النظر هذه أن الأسلوب أو الوسيلة هو ما تعنيه وجهة النظر هذه وهو آلمهم ويجب التركيز عليه .

ما الخطوات المتبعة في حل المسائل هناك أربع خطوات معروفة هي :

١. فهم المسألة .
٢. التخطيط للحل .
٣. حل المسألة .
٤. مراجعة المسألة والحل .

والمسائل هي الوسيلة المناسبة لتدريس حل المشكلات، ومن المهم أن يكون لها وزن كبير عند تخطيط مناهج المرحلة الابتدائية والمتوسطة

وذلـــك لـــيس لأن المســـائل يمكـــن حلهـــا باســـتخدام أكثـــر مـــن اســـــتراتيجية ، ولكـــــن لأنهـــا يمكـــن حلهـــا باســـتخدام عمليـــــات رياضـــــية ســــــهلة وليست معقدة .

الأمثلـــــة التاليـــــة هـــــي مســـائل، ومنهـــا قـــد يتضـــح المقصود بالمسالة .

مثـــــال : يوجـــــــد ثمانيـــــــة أشـــخاص فـــي إحـــدى الغـــرف

الدراسية، إذا صافح كل منهم بقية الزملاء فكم مصافحة تمت ؟ أحسب العدد .

هذا النوع من المسائل ليس تمرينا خصوصا إذا قدمناه في نهاية المرحلة الابتدائية، أو حتى المتوسطة لأنه لا توجد قاعدة معينة قد درسها التلاميذ لتطبيقها، للوصول

إلـــى الحـــل . وعليـــه فإنـــه يمكــــــن الرجــــوع إلــــــى خطـــوات حـــل المســـائل أو المشكلات.

١ - فهم المسألة :

وكمــا حــدث فــي المثــال الســـابق فـــإن المـــدرس بإمكانــــه مســـاعدة التلاميـــذ فـــي فهـــم المســـألة عـــن طريـــق الأســـئلة التـــي تلقـــي الضـــوء علـــى المســـألة، وتنيـــر لهـــم

الطريـــق ، لـــيس ذلـــك فحســـب بـــل تشـــجع التلاميـــذ أنفســـهم ليسألوا .

- كم عدد التلاميذ ؟

- إذا صـــافح محمـــد عليـــا هـــل يقـــوم علـــي بمصـــافحة محمـــد ؟

- إذا كنـــت فـــي غرفـــة بهـــا أنـــاس كـــم شخصـــا تصـــافحه ؟

٢ - وضع الخطة :

هـــذا النـــوع مـــن المســـائل يمتـــــاز بأنـــــه مـــــن الممكـــــن الوصـــــول إلـــــى حلـــــه عـــــن طريق عدة

استـــــــراتيجيات، بـــــــدلا مـــــــن استراتيجية واحدة .

هنـــاك ســـبعة خطـــوط مـــن النقطـــــة (أ) ممـــــا يـــــدل علـــــى أن الشـــــــخص الأول قـــــــام بعـــــــدد مـــــــن المصـــــــافحات، وقـــــــدره ســـــــبع ، كـــــــذلك

الشــــخص الثــــاني قـــام بعـــدد مـــــن المصـــــــافحات وقـــــدره ســــت وهكــــذا نجـــد أن عـــدد المصــــافحات يقـــل فـــي كـــل مرة.

وفـــــي الرســـــم رســـــمنا خطوطـــــا فقـــــط مــــن أ ، ب ولكننـــــا نســـــــتطيع رؤيـــــة النظــــام الــــذي يحكــــم أو العلاقـــة، وعليـــه فـــإن عـــدد المصـــــــافحات يكـــــون ٢٨

مصـــافحة . وهنـــا يـــأتي دور المـــدرس ليؤكـــد أن اســـتخدام الرســـــوم مـــــن أقـــــوى الاســـتراتيجيات فـــي حـــل المســـائل، و غالبـــا مـــا تقـــود إلى الحل .

طالـــب آخـــر يؤكـــد أنـــه وصـــل إلـــى النتيجـــة ذاتهـــا عـــن طريـــق اختيـــار ثمانيـــة أشـــخاص، وأجـــرى التجربـــة

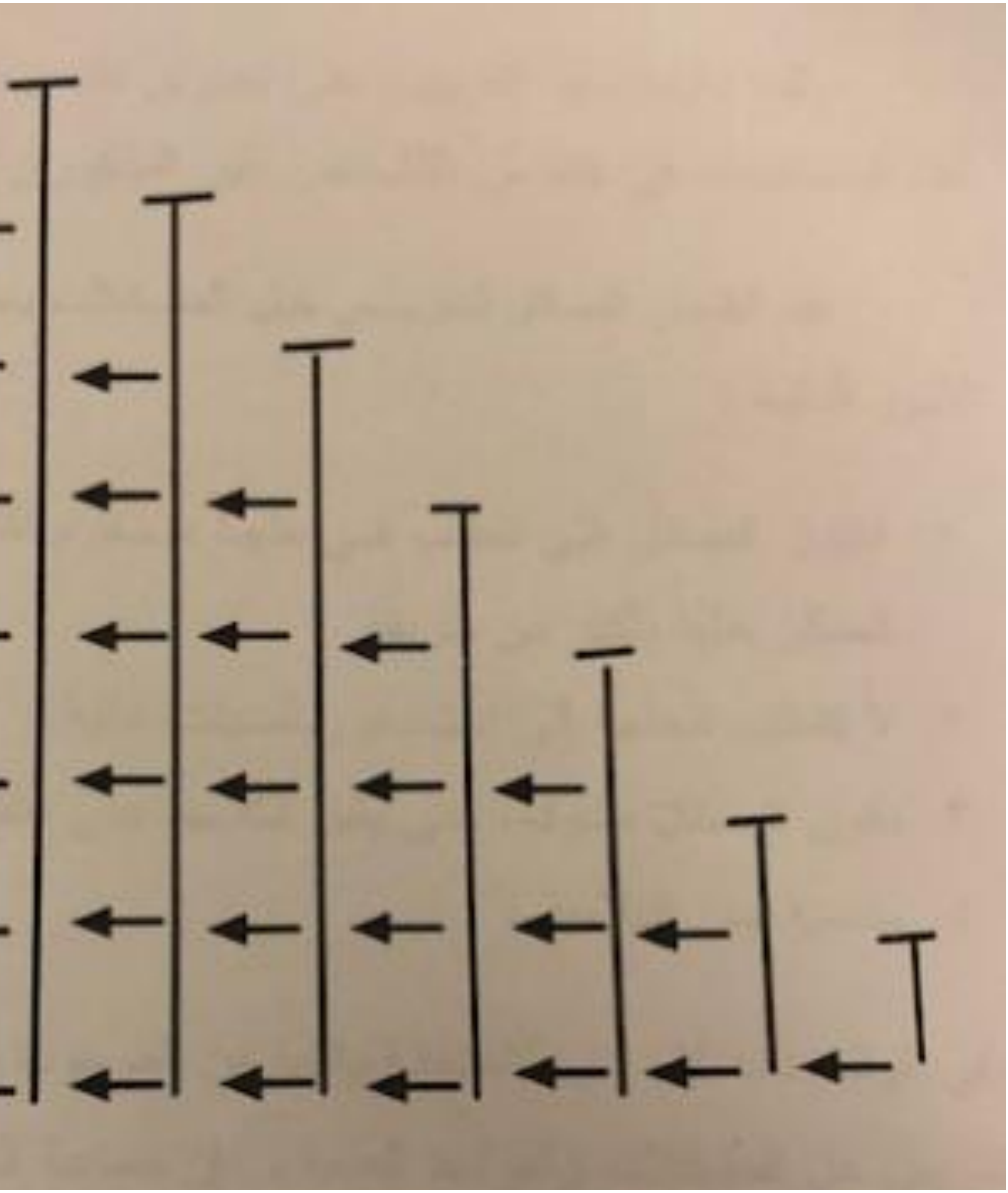
علـــــى الورقـــــة كمـــــا فـــــي الجدول الأتـي :

خ ا لد	ح س ين	ح س ن	مح مو د	ص الح	عل ى	أحم د	مح مد
	خا لد	ح س ين	ح سن	مح مو د	ص الح	عل ى	أحم د
		خا لد	ح سي ن	ح سن	مح مو د	ص الح	عل ي

ص الح	مح مو د	ح سن	ح سي ن	خا لد			
مح مو د	ح سن	ح سي ن	خا لد				
ح سن	ح سي ن	خا لد					
ح سي ن	خا لد						

							خا لد

وهنا يأتي دور المدرس في ذكر الاستراتيجية، وتعريفها للطلبة، و عليه يقول المدرس لهذا الطالب أن طريقة حلك لهذه المسألة هي استخدامك لجدول منظم، أو قائمة مرتبة.



و هنـــاك طالـــب آخـــر توصـــل إلـــى الحـــل عـــن طريـــق اســـتخدام جـــدول دون فيـــــه بعـــــض المعلومـــات، وتوصـــل إلـــى اكتشـــاف العلاقـــة بـــين عـــدد الأشـــــخاص و عـــــدد المصافحات .

عدد الناس	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨

عد المصافحات	٠	١	٢	٦	١٠	١٥	٢١	٢٨

عنــدما يكــون فـــي الغرفـــة ٨ أشخاص فإن :

عــــــدد المصـــــــــافحات = مجمــوع الأعــداد مــن واحــد إلى سبعة :

١ ٢ ++ ٣ ٤ ++ ٥ + ٦ + ٧

لأن الشخص الثامن سوف يصافح سبعة أشخاص فقط.

المدرس: حسنا كم يكون عدد المصافحات عندما يكون هناك عشرون شخصا، أو خمسة وعشرون؟

هل نستطيع وضع قاعدة، أو قانون يحدد العدد

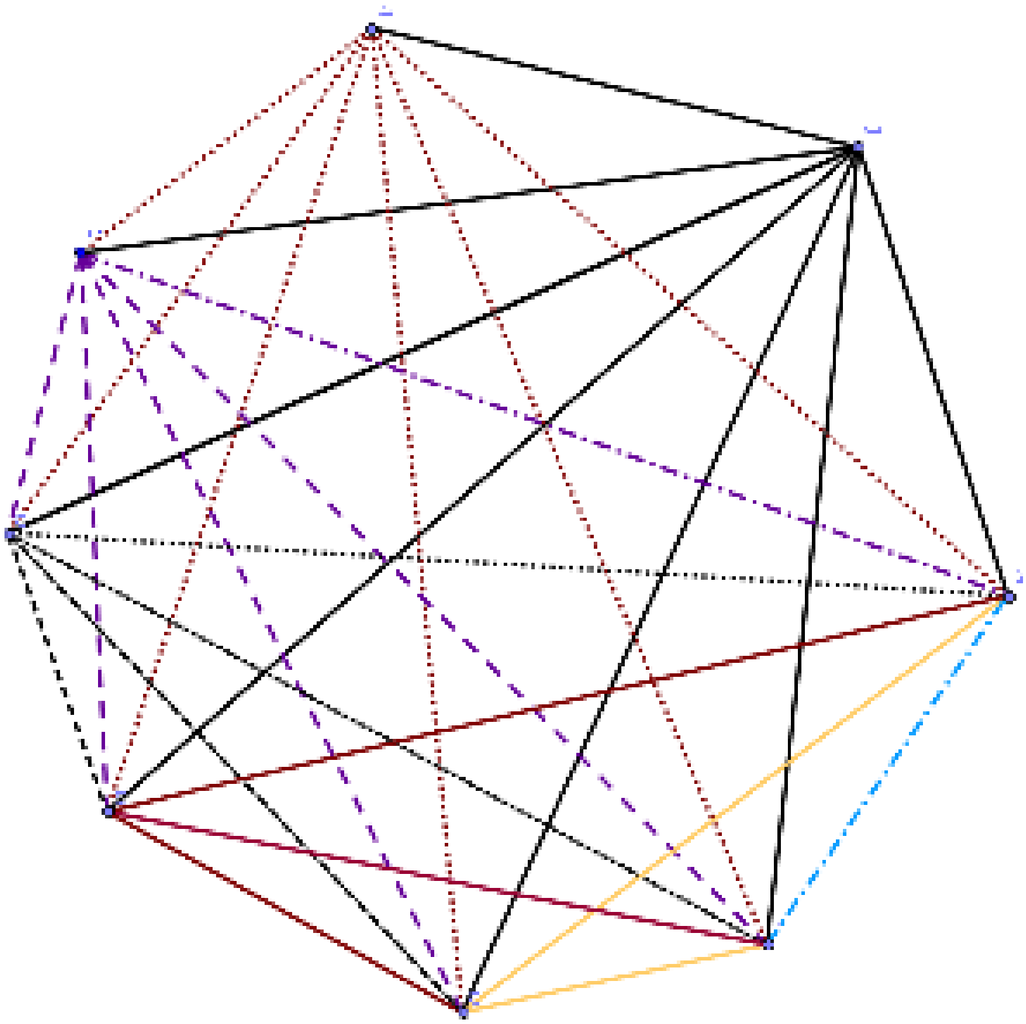
بمجــــرد معرفـــــة عــــدد الأشخاص؟

نعــــود مــــرة أخـــــرى للطالـــب الـــذي اســـتنتج أن عــــدد المصـــــافحات هــــو ٨*٧ = ٥٦

ومقارنـــة مــا توصــل اليــه مــن الجدول وهو ٢٨

وحيـــث أن كــل شـــخص قـــام بمصـــافحة ســـبعة أشـــخاص، وحيــــث إن لــــدينا ثمانيـــــة

أشـــخاص فــإن معنـــى ذلـــك أن عـــــــدد المصـــــــفحات = ٨ ×٧= ٥٦ مصـــــافحة، هكـــــذا يعتقـــد هـــذا الطالـــب. فهـــل اســـــــتنتاجه صـــــــحيح؟ وإذا كـــان خطـــأ فمـــا وجـــه الخطـــأ فـــي ذلـــك؟ مـــن الممكـــن مناقشـــة ذلـــك مـــع المـــدرس والتلاميذ. بمخطط كالتالي



حيث كل نقطة تمل
شخص والخطوط
المرسومة منها تمثل عدد
مصافحات الشخص

وكما ذكرنا سابقا أنه
يجب على المدرس فإنه
يوضح نظام المسألة قليلا،
فيسأل عن عدد
المصافحات في عدد من
الأشخاص غير
المذكورين في المسألة .

عند اختيار المسائل لتدريس حل المشكلات يجب أن يأخذ المدرس بعين الاعتبار الأمور التالية :

١. اختيار المسائل التي تتطلب في حلها استخدام أكثر من طريقة ، أو بمعنى آخر من الممكن حلها بأكثر من طريقة .

٢. لا تتطلب الحاجة إلى استخدام رياضيات عالية .

٣. تكون المسائل مشوقة، حتى يقبل التلاميذ على التفكير في حلها .

٤ . مناسبة لسن التلاميذ.

وفي الوقت ذاته لابد من الاستعانة بالتمارين الموجودة في آخر كل درس، وانتهاز الفرصة التدريس حل المشكلات

والقواعد العامة. إن مساعدة التلاميذ وحثهم على حل المشكلات ينمي في نفوسهم الرغبة في حل المشكلات. كما أن إعطاء المدرس مشكلة أو مسألة أسبوعيا أصبح من أحد الأساليب التي يستخدمها مدرسو الرياضيات لتدريس حل المشكلات.

مثال:

قطعتـــــان متماثلتـــــان مـــــن الخشـــب إحـــداهما تحتـــاج إلـــى ٩ ثـــوان لقطعهـــــا إلـــــى ٤ قطـــع، كـــم ثانيـــة يلزمنـــا لقطـــع الأخرى إلى ٥ قطع؟

عنـــــد قـــراءة هـــذه المســــألة يجـــب أن يأخـــذ الطالـــب فـــي حســــبانه أن عــــدد مــــرات القطـــــع هـــو المهـــم، ولـــيس عدد القطع.

التخطيط للحل:

يجـــب علـــى المـــدرس أن يشـــجع التلاميـــذ علـــى وضـــع خطـــط للحـــل، إذا كـــان هنـــاك أكثـــر مـــن طريقـــة للحل كما سبق أن شرحنا.

مثـــال : اتفـــق ثلاثـــة أشـــخاص أ ، ب ، ج على الآتي :

إذا تـــأخر أحـــدهم عـــن الحضـــــور فـــــي الموعـــــد المحـــدد يعطـــي كـــلا مـــن زميليـــه مبلغـــا مـــن المـــال

مساو لما مع كل منهما. فإذا تأخر (أ) عن الحضور في الموعد المحدد، يعطي (ب) مبلغا من المال مساو لما مع (ب)، كما يعطي زميله (ج) مبلغا من المال مساو لما مع (ج).

وفي اليوم التالي تأخر (ب) عن الحضور في الموعد المحدد، وعليه فإنه

حسب الاتفاق يقوم بدفع مبلغ من المال لزميله (أ) لما مع (أ) كما يدفع مبلغا من المال مساو لما مع(ج)

وفي اليوم الثالث تاخر (ج) عن الحضور في الموعد المحدد، وعليه فإنه يدفع لزميله(أ) مبلغا من المال مساو لما مع (أ) ، كما يدفع لزميله (ب)

مبلغا من المال مساوية لما يكون مع (ب) .

فإذا اتفق الثلاثة على عدم الاستمرار وكان مع كل منهم ثمانية ريالات . فكم كان في الأصل مع كل منهم ؟ وكم كان مع كل منهم قبل هذا الاتفاق ؟

من الممكن أن نحل هذه المسألة باستخدام المعادلات، ثلاث معادلات

ذات ثلاثة مجاهيل . كما أنه من الممكن حل هذه المسألة بطريقة أخرى . ما هي ؟

بعض المسائل يمكن حلها باتباع إحدى الاستراتيجيات العامة التي سبق ذكرها . اذكر نوع الاستراتيجية المستخدمة.

هل هي استراتيجية البدء من النهاية ؟

مثـــال : أي مـــن الأتـــي يمثـــل مكعب العدد ١٥٦

أ ـ ٣	ب ـ ٣	ت ـ ٤	ث ـ ٣
٧٩	٩٤	٢٥	٥٨
٦٤	٤٣	١٥	١٥
١٦	١٢	٢٨	٧٧

قـــد يلجـــأ بعـــض الطـــلاب إلـــــى تكعيـــــب العـــــدد ١٥٦

للحصــــول علـــى الإجابـــة، وهنــــاك طريقـــة أخـــرى لإيجـــاد الحـــل، ويجـــب علـــى المـــدرس أن يشـــجع الطـــلاب الدراســـــــة الإجابـــــــات، واســـــتخلاص الجـــــواب، أو التعـــرف علـــى أرقـــام أخـــرى تنتهـــــي بـــــالرقم ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ أو ٧ ....إلـــخ، حتـــى يتوصـــلوا إلـــى اكتشاف الاستراتيجية .

اذكــــــــــر نــــــــــوع الاســـــــتراتيجية المســـــــتخدمة : هــل هـــي اســـتراتيجية الخطـــأ والصـــــواب ؟ هـــــل هـــــي اســـــتراتيجية الحصـــول علـــى نظام معين ؟

اســــــــــتراتيجيات حــــــــل المسائل :

ذكرنـــــا أن هنـــــاك عـــــدة اســـــتراتيجيات عامـــــة لحـــــل المسائل منها :

١ ـ المحاولة والخطأ :

إن هـــــذه الاســــــتراتيجيات لا تعنـــي التخمـــين أو العشـــوائية ، وإنمـــــا يقصـــــد بهـــــا استراتيجي

منظمـــة مبنيـــة علـــى أســـاس منطقـــي ، فعنـــد حـــل المثـــال الآتـــي نـــرى المقصـــود بهـــذه الاستراتيجية .

مثـــال : أوجـــد أصـــغر عـــدد أولـي أكبر من ٨٤٠ .

إن اســـــــتراتيجية المحاولــــــة والخطـــأ لحـــل هـــذه المســـألة تقودنا إلى محاولة الأرقام

٨٤١, ٨٤٢, ٨٤٣, ٨٤٤,......وفـــــي كـــل مــــرة نختبــر مــدى كــون هــذا الــرقم أوليا .

هــــذه الطريقـــــة نطلــــق عليهـــا اســـــتراتيجية المحاولــــة والخطــــأ ، وهــــي أســــلوب قــــوي فـــي بعـــض الأحيـــان،

ولكـــن لـــيس هـــذا مرادنـــا مـــن هــــــذه الاســــــتراتيجية . إننــــــا نبحـــــــث عـــــــن اســـــــتراتيجية أخـــرى نحـــاول فيهـــا تخفـــيض عـــــــــــدد المحـــــــــــاولات . اســــــتراتيجية نســـــــتخدم فيهـــــــا معـــــــــارف ذات صـــــــــــلة بالموضـــوع حتـــى نقلـــل بهـــا عـــدد المحـــاولات التـــي نقـــوم باختيارهـــا (فـــي هـــذه الحالـــة

الأرقـــام التـــي تريـــد تعـــرف أنـها أولية) .

فعنــــد حـــل هـــذا المثـــال نعلـــم أن الأرقـــام التـــي هـــي أكبـــــر مـــــن ٨٤٠، والتـــــي أحادهـــــا صـــــفر ،٢ ، ٤، ٥، ٦، ٨ لا يمكـــــن أن تكـــــون أوليـــــة لأن الأرقـــــام التـــــي أكبـــــر مـــــن ٨٩٠، ويبـــــدأ أحادهـــــا بصـــــفر أو خمســــة تكـــون قابلـــة للقســـمة علـــى

خمسة، مما يجعلها غير أولية .

وكذلك بالنسبة للأعداد التي أكبر من ٨٤٠، واحادها عدد زوجي لا يمكن أن يكون أوليا . وهكذا قللنا عدد المحاولات، ويقي أمامنا أعداد قليلة للتجريب، فيما إذا كانت أولية أم غير أولية .

هـــذا مـــن ناحيـــة ، ومـــن ناحيـــــة أخـــــرى إذا قمنـــــا بترتيـــب الأرقـــام كمـــا فـــي الجدول التالي نجد أن:

٨٤١ *	٨٤٢	٨٤٣
٨٤٤	٨٤٥	٨٤٦
٨٤٧	٨٤٨	٨٤٩
٨٥٠	٨٥١ *	٨٥٢

٨٥٥	٨٥٤	٨٥٣ *
٨٥٨	٨٥٩	٨٥٦
		٨٥٩ *

نجـــد أن الأرقـــام التـــي في العمــود الأول مــن ناحيــة اليمـــين لا يمكـــن أن تكـــون أوليـــة لقابليتهـــا للقســـمة علـــى ٣. وبالتـــالي فإننـــا خفضـــنا

عـــــدد المحـــــــاولات . والآن دعنـــا نتعــرف علـــى الأعــداد ٨٤١, ٨٥١, ٨٥٣, ٨٥٧, ٨٥٩, ونختبـــــــر مـــــــا إدا كانت أولية أو غير أولية

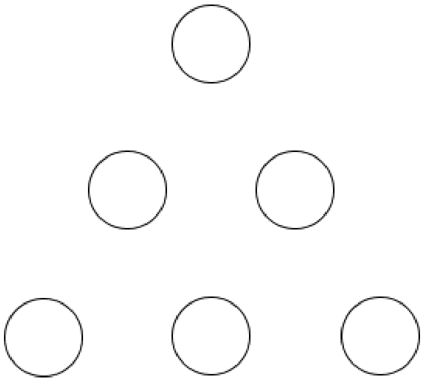
نعلـــــم أن العـــــدد ٨٤١ لا يقبـــل القســـمة علــــى ٢ أو ٣ أو ٥. إذن دعنـــــا نحــــــاول ٧ أو ١١..

وهكـــذا حتـــى نتعـــرف علـــى المطلوب .

صـــــــــــــــــحيح أن الاســـــتراتيجية الأولـــــى هـــــي اســـــتراتيجية منظمــــة، ولكـــــن الاســـــتراتيجية الأخيــــرة هـــــي أكثـــــــر تنظيمــــــا، وقمنـــــــا باســـــتخدام معلومـــــات ســـــابقة ســــــاعدت فـــــي تقليــــــل عـــــدد المحــــــاولات . دعنــــــا نطلــــــق علــــــى الأولــــــى اســــــتراتيجية المحاولــــة والخطــــأ المنظمــــة، والأخـــــــــرى اســـــــــتراتيجية

المحاولـــــــــة و الخطـــــــــأ المتقدمة، أو المنطقية .

نشـــــاط : ضـــــع الأرقـــــام ١ - ٩ فـــــي المثلـــــث المرســـــوم بحيـــــث لا يتكـــــرر الـــــرقم ، وأن يكـــــون المجمـــــوع فـــــي كـــــل ضـــــلع مـــــن أضـــــلاع المثلث ١٥.



هذا النشاط يتطلب منك استخدام استراتيجيات المحاولة والخطأ . كيف يكون استخدامك للاستراتيجية المنظمة، وكيف نحل هذه المسألة باستخدام الاستراتيجية المتقدمة المنطقية ؟

هـــل يمكـــــن ان يكـــــون المجمــوع فـــي كــل ضـــلع ١٧ ؟

مثـــــال : إننـــــي أفكـــــر فــــي عـــددين كـــل عـــدد مكـــون مـــن رقمـــــين . هـــــذان العـــــددان لهمـــــا نفــــس الأرقــــام ، مجمـــوع الأرقـــام فـــي كـــلا العـــددين عشـــــرة، و الفـــرق بــــين العـــــدين ١٨. ماهمـــــا هذان العددان ؟

الحـــل : مـــن الممكـــن اللجـــوء إلـــــــــى المعـــــــــــادلات و الفرضـــيات فـــي حـــل هـــذه المســـألة، ولكـــن اســـتراتيجية المحاولـــــة والخطـــــأ تـــــوفر علينـــــا مشـــــاكل المعـــــادلات خاصـــة عنـــد تقـــديم مثـــل هـــذه المســـــــائل فـــــي المرحلـــــــة الابتدائية أو المتوسطة .

مـــا الأعـــداد التـــي مجمـــوع أرقامهـــا عشـــرة (أعـــداد مكونة من رقمين) ؟

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١

مــا الأعــداد التـــي لهـــا الأرقـــام نفسها ؟

العـدد	العدد	الفرق
٩١	١٩	٧٢
٨٢	٢٨	٥٤
٧٣	٣٧	٣٦
٦٤	٤٦	١٨

٥٥	٥٥	٠

بدراســـــة الفـــــروق نجـــد أن الـــرقمين المطلـــوبين همـــــا ٦٤, ٤٦.

مثـــال: لتوضـــيح اســـتراتيجية المحاولـــة و الخطـــأ المنظمـــة تلقي الضوء على الاتـى:

المطلـــوب عمـــل شـــكل ربـــاعي، باســـــتخدام حبـــل طولــــه عشـــــرون متــــرا، بحيـــث تكـــون مســـاحة الشـــكل أكبر ما يمكن .

الخلاصة :

إن هـــــذا النـــــوع مـــــن الاســــــــتراتيجيات أســــــــلوب قـــوي فـــي حـــل بعـــض المســـائل . إنـــه أســـلوب يعتمـــد علــــى تنظــــيم المســــــألة و

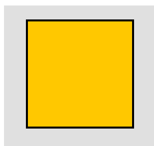
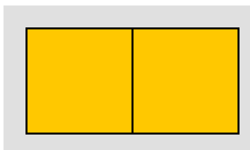
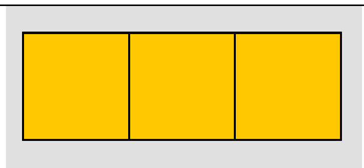
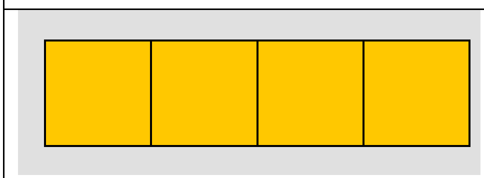
المعلومـــــات، ولـــيس علـــى التخمين و العشوائية .

٢ـ اســــــــــتراتيجية عمــــــــل نموذج :

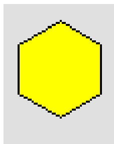
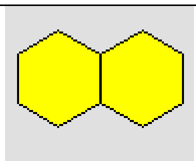
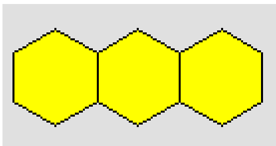
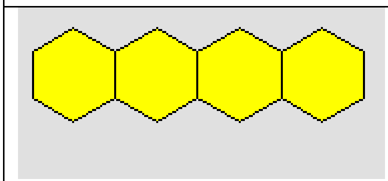
إن هـــــذه الاســـــــتراتيجية تـــدرس حـــالات خاصـــة مـــن المســــألة المـــراد حلهـــا، ثـــم حــــل المســــــألةعن طريــــق تصــــــميم نتــــائج الحــــــالات الخاصة .

مسألة : إذا أردنا عمل حفلة، وحضرها ١٠٠ شخص ، فإذا كانت الطاولات من النوع المربع الذي يسمح لجلوس شخص واحد في كل ناحية، و أردنا استئجار عدد من هذه الطاولات . فكم طاولة نحتاج إذا أردنا وضع الطاولات الواحدة

لصـــيقة الأخـــرى فـــي خـــط مستقيم؟

خ س	٤	٦	٨	١٠
ولة	١	٢	٣	٤
سم				

مـــــادا لـــــو كنـــــت الطـــــاولات سداسية .؟

شخص	٦	٨	١٤	١٨
طاولة	١	٢	٣	٤
رسم				

إن هـــــــذه الاســـــــتراتيجية عمـــل نمـــوذج تـــدرس عـــدة

حـــالات خاصـــة مـــن المســـألة المـــراد حلهـــا فإنـــه يتوجـــب علينا :

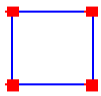
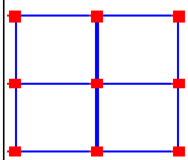
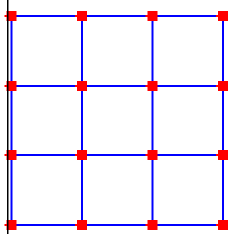
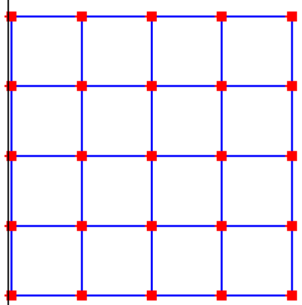
أ- تبسيط المسألة المعطاة .

ب - عمـــل جـــدول، أو قائمـــة بالمعلومـــات التـــي حصـــلنا عليهـــا مـــن دراســـة حـــالات خاصـــة للمســـألة المـــراد حلهـــا .

ج - البحـــث عـــن علاقـــة، أو قاعـــدة تـــربط المعلومـــات

التي عملناها في جدول، ثم تصميم هذه القاعدة على المسألة المراد حلها .

مثال : عند عمل مربع من أعواد الكبريت فإننا نحتاج إلى أربعة أعواد . كم عود كبريت فإننا نحتاج لعمل مربع كبير ١٠*١٠, أو ن* ن؟

المربع	١ * ١	٢ * ٢	٣ * ٣	٤ * ٤	
العدد	٤	١٢	٢٤	٤٠	
					

فـــــإذا كـــــان المطلـــــوب هـــو عـــدد أعـــواد الكبريـــت

اللازمـــــة لعمـــــل مربـــــع ١٠*١٠، فـــإن هـــذه المســـالة مـــن الصـــعب حلهـــا بـــالطريق المباشـــر، وعليـــه فـــإن مثـــل هـــــذه المســـــائل تتطلـــــب اســـــتراتيجية عمـــل نمـــوذج ، و هـــذه الاســـــتراتيجية تعتمـــد علـــى دراســـة عـــدة حـــالات خاصـــــة ووضـــــع نتـــــائج الحـــــالات الخاصـــــة فـــــي جـــدول، ثـــم اســـتنتاج القاعـــدة

العمومية التي توصل إلى حل للمسأله المطلوب حلها أولا.

لتطبيق هذه الاستراتيجية على مسألة السابقة تقوم بتبسيط المسألة، ودراسة حالات خاصة عديدة، وترتيب هذه النتائج في جدول أو قائمة ، وبعدها تتوصل

إلــى القاعــدة العامــة التــي بهــا نستطيع حل لمسألة.

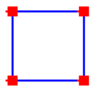
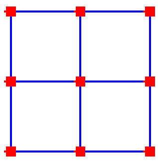
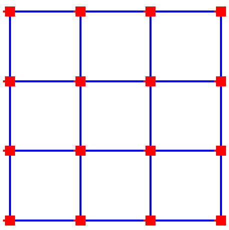
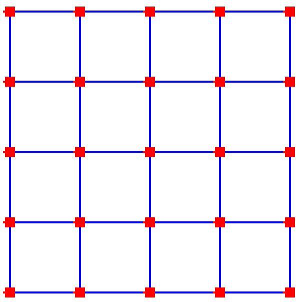
لتبســـيط المســـالة نقـــوم بدراســـة حالـــة مربـــع واحـــد فنجـــد أن الأعـــواد اللازمـــة لـــذلك هـــو العـــدد أربعـــة. وعنـــد عمـــل مربـــع أكبـــر أي ٢×٢ فإننـــا نحتـــاج إلـــى ٨ أعـــواد زيـــادة مـــن المربـــع الأول ، أي أننـــا نحتـــاج إلـــى ١٢ عـــودا . وعنـــد عمـــل

مربـــع ٣x٣، فإننـــا نحتـــاج الـــى ١٢ عـــودا زيـــادة عـــن العـــدد الـــذي يســـبقه مباشـــرة ، أي أننـــا نحتـــاج إلـــى :٢٤ عودا .

هـــــذه المعلومـــــات التـــــي حصـــلنا عليهـــا مـــن الممكـــن عملهـــا فـــي جـــدول، أو قائمـــة بـــين فيهـــا نـــوع المربـــع، وعدد الأعواد اللازمة :

الفرق ٢	الفرق ١	العدد اللازم	المربع
		٤	١*١
٤	٨	١٢	٢*٢
	١٢	٢٤	٣*٣
٤	١٦	٤٠	٤*٤
	٢٠	٦٠	٥*٥
			٦*٦

مـــن الممكـــن تكـــوين جـــدول يـــربط بـــين عـــدد الأعـــواد والمربع

١ * ١	٢ * ٢	٣ * ٣	٤ * ٤	٥
٤	١٢	٢٤	٤٠	
				

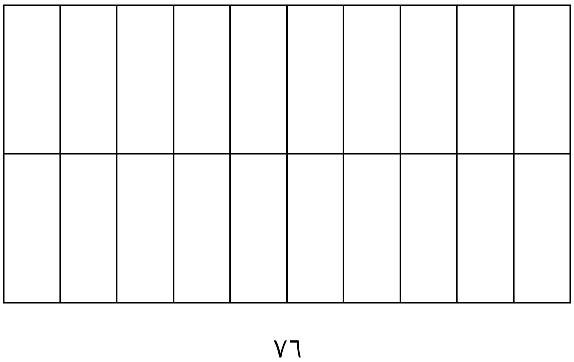
كـــم عـــودا نحتـــاج ؟ ومـــا هـــي القاعـــدة العامـــة لإيجـــاد عـــدد الأعواد في حالة المربع :

ن * ن

٢ (٦*٥)= ٦٠؟

ن (ن+١) * ٢

مســـــألة : احســــــب عــــــدد المربعـــــات التـــــي يمكـــــن تكوينها من الشكل التالي :



لكـــي نتوصـــل إلـــى الحـــل لا بد لنا من :

ا- تبسيط المسالة : وذلك بدراسة عدد المربعات التي يمكن تكوينها من شكل ابسط من الشكل المطلوب معرفة الإجابة عنه .

ب - تدوين المعلومات التي نحصل عليها في جدول أو قائمة، وكذلك النتائج التي حصلنا عليها .

ج - نحاول استنتاج القاعدة التي من الممكن استخدامها لمعرفة العدد المطلوب، ثم نقوم بتعميم هذه القاعدة على الحالة الأساسية الأولى .

إن استراتيجية عمل نموذج تدرس حالات خاصة من المسألة، ومن ثم إيجاد الحل في هذه الحالات الخاصة وتعميمه

، كمـــا أنهـــا تتضـــمن عـــدة اســـــــــتراتيجيات أخـــــــرى لتبســـيط المســـألة ،عمـــــل جـــداول أو قـــوائم منظمـــة ، وأخيـــرا البحـــث عـــن نظـــام أو علاقـــة، وتعمـــيم هـــذه العلاقـــة على حالات أخرى.

لـــو عـــدنا إلـــى صـــفحة ٧ لوجـــدنا الاســـتراتيجيات رقـــم ٢، ٣، ٥ هـــي مـــا تتطلبـــه هـــــــذه الاســـــــــتراتيجية

(استراتيجية عمل نموذج)، مما يقلل عدد الاستراتيجيات السابق ذكرها

١ ـ المحاولة والخطأ.

٢ـ عمل نموذج.

٣ـ إجراء التجربة.

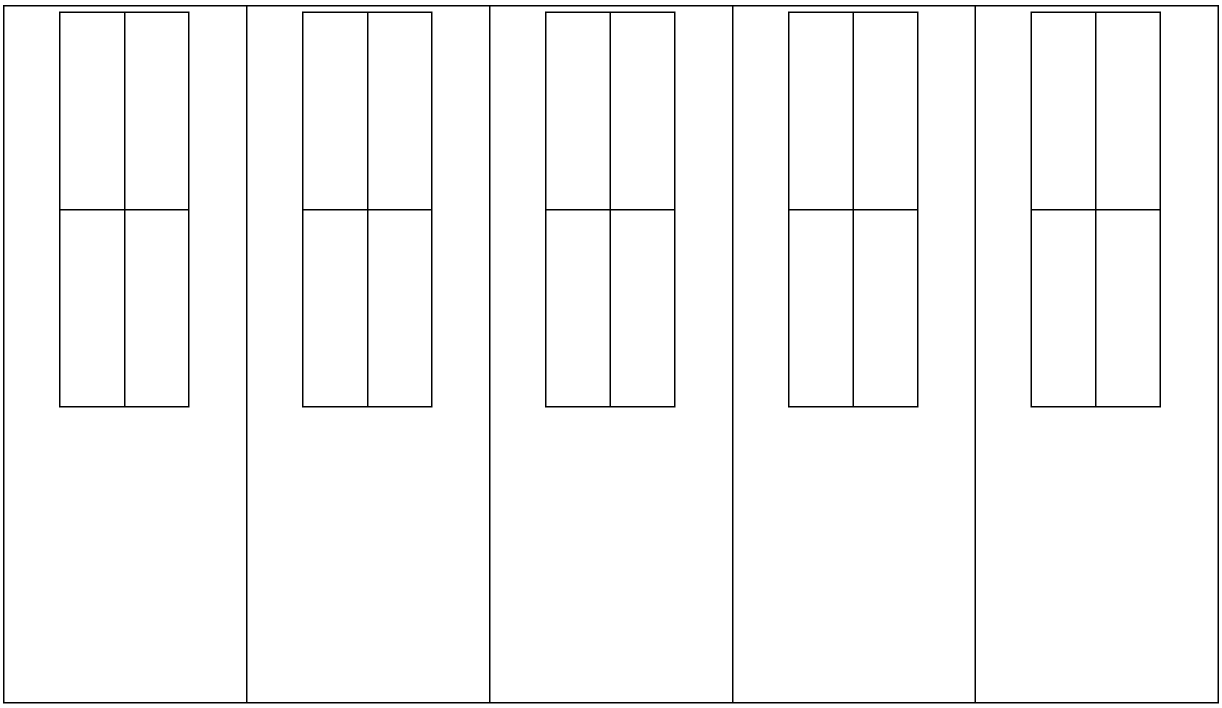
٤ ـ العمل من النهاية .

لنعد مرة أخرى إلى المسألة، لحل هذه المسألة تحتاج إلى حل مسائل

أبســــــط، وإلـــــى جمــــع المعلومــــات التــــي نحصــــل عليهــا فـــي جــدول مــنظم، ثــم نبحـــث عـــن العلاقـــة . مـــن الطبيعـــــي أن تكـــون حالــــة مربـــع واحـــد هــــي أبســـط الحـــالات ، و عليـــه فإنـــه فـــي حالـــة وجـــود مربـــع واحـــد يكـــون عـــدد المربعـــات هـــو واحـــد فقـــط، أمـــا فـــي حالـــة

مربـــــع ٢*٢ فإننـــــا نجــــــد الوضع يختلف.

توجد هناك خمس مربعات



لنـــــدرس الأن الحالــــة عنــــدما يكــــون لـــــدينا مربـــــع ٣ *٣ .

فإنــــه بالإضـــافة إلـــى المربـــع الكبيـــر و التســـعة مربعـــات الصـــغيرة، نجـــد عـــدداً آخـــر من المربعات كالتالي :

وعليـــه فـــإن مجمـــوع عـــدد المربعـــــــــــات هـــــــــــو ٩ +١+١+٤= ١٤ مربعا

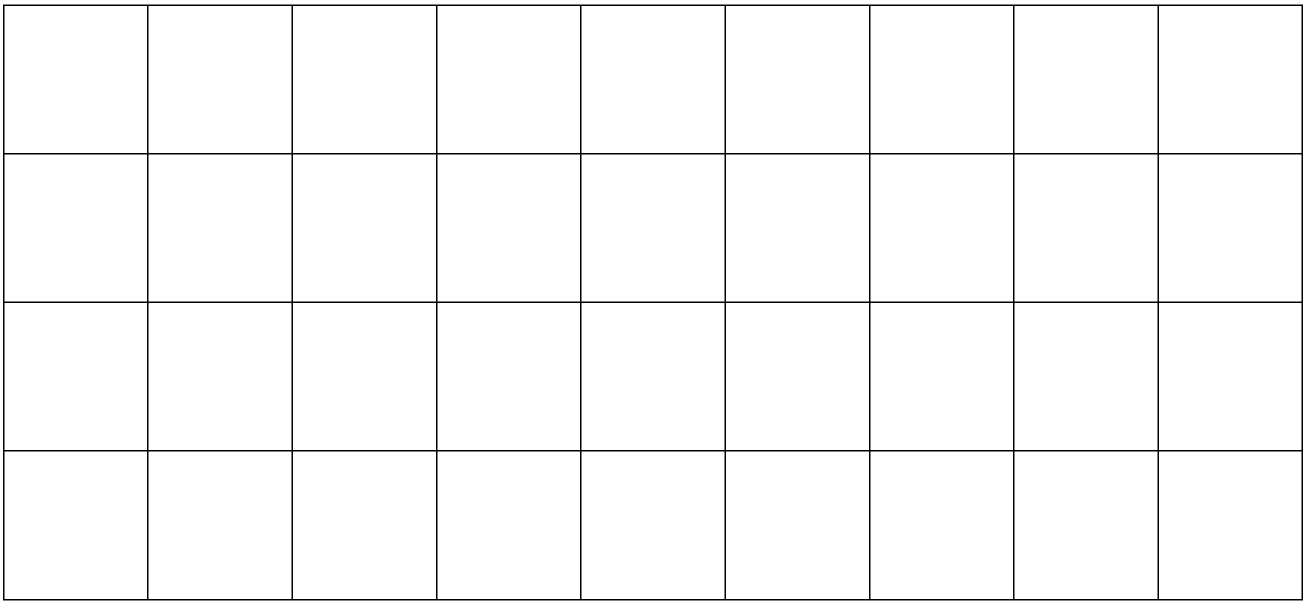
والآن مـــا الوضـــع عنـــدما يكون المربع ٤ × ٤؟

طبيعـــي أن يكـــون لـــدينا ســـتة مربعـــات صـــغيرة + مربـــع

واحـــد كبيـــر + كـــم مربـــع آخر ؟

بالإضـــــافة إلـــــى أن هـــــذه المربعــــات المتكونـــــة مـــــن ٢*٢ مـــن الممكـــن أيضـــاً أن تكـــــون مربعـــــات أكبـــــر مربعـــــــات ٣x٣ ونجـــــــد عددها أربعة .

نكتـــب هـــذه المعلومـــات فـــي جدول كالتالي :



ماذا نلاحظ من السابق ؟

ما عدد المربعات الصغيرة ؟ هل هو مربع لطول ضلع المربع ؟

ماذا تلاحظ في عدد المربعات الكبيرة ؟

هل عدد المربعات الكبيرة له علاقة مع مجموع عدد المربعات الذي يسبقه مباشرة ؟

لاحظ عدد المربعات الكبيرة في حالة ٤*٤، ومجموع عدد المربعات في حالة ٣*٣، ماذا تستنتج ؟

. فـــي حالـــة المربـــع ٥×٥ يكـــون عـــدد المربعـــات الصغيرة هو ٢٥ .

. مـــا عـــدد المربعـــات الكبيرة ؟

مـــا المجمـــوع هـــل هـــو ٥٥ ؟ تأكد بعمل نموذج .

عنـــد حلنـــا لهـــذه المســـألة اتبعنـــا الخطـــوات اللازمـــة لحل المسائل، وهي:

فهـــم المســـألة ، حـــل المســـألة ، مراجعة الحل .

إن مجـــرد الوصـــول إلـــى الحـــل لا يكفـــي كمـــا ذكرنـــا ســـابقا ، ولابـــد مـــن مطابقـــة الحـــل لشـــروط المســـألة، والأهـــم مـــن ذلـــك هـــو توســـيع نطـــاق المســـألة وتعمـــيم النتـــائج . إن مجـــرد وصـــولنا إلـــى الحـــل كمـــا هـــو الحـــال

فـــي المســـألة الســـابقة، وهـــو ٢٠٤ لا يكفي

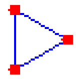
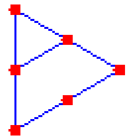
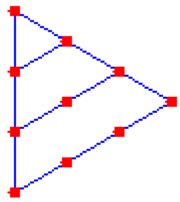
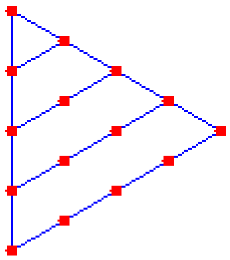
لإثبـــات صـــحة ذلـــك نســـتخدم الاســـتنتاج الرياضـــي، وذلـــك بإثبـــات أنـــه فـــي حالـــة ١= Ω و تكـــون العلاقـــة صـــحيحة . وفـــي حالـــة $K = \Omega$ والحالـــة صـــحيحة، وفـــي حالـــة K١+ $=\Omega$. مايهمنـــا هنـــا هـــو أنـــه فـــي حالـــة عـــدد المربعـــات للمربـــع . يكـــون مجمـــوع

عــدد المربعــات فــي المربــع :

٨*٨=٦٤+٤٩+٣٦+٢٥+١٦+٩+٤+١=٢٠٤.

نشاط :

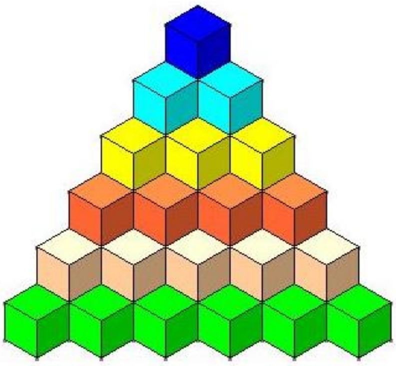
الخامس	الرابع	الثالث	الثاني	الاول
١٥	١٠	٦	٣	١

				
١	١ + ٢	١+ ٢+ ٣	١ _ ٢ _ _ ٣+٤	١+٢ _ ٣ _ _ +٤+٥

يطلــــق علــــى هــــذه الأرقــــام اســــم الأرقــــام المثلثــــة، مــــا العدد السادس؟

مــــا العــــدد العاشــــر، ومــــا العدد الخمسون ؟

اما القاعدة العامة ؟



وهنـــا مثـــال اخـــر للأعـــداد المثلثيـــــــــة ١ , ٣ , ٦, ١٠ , ١٥, -----

اســــــتراتيجية البـــــدء مـــــن النهـاية :

إن هذه الاستراتيجية تختلف عن سابقتها من الاستراتيجيات، في أن هذه الاستراتيجية تبدأ بالهدف المطلوب بدلا من البدء بالمعطيات، والوصول إلى الهدف، أو المطلوب إثباته .

مسألة : إذا كان لدينا وعائين أحدهما يسع ٩ لترات و الآخر يسع ٤

لتــــرات فقـــط ولا توجـــد علامـــات تبـــين الكميـــة فـــي كـــل وعـــاء. كيـــف نحصـــل علـــى ٦ لتـــرات فـــي الوعـــاء الكبير؟

الطريقة :

مـــــــــن الممكـــــــــن أن نحصـــل علـــى المطلـــوب عـــن طريـــق المحاولـــة والخطـــأ، إلا أن هـــذه الطريقـــة متعبـــة وتحتـــاج إلـــى وقـــت طويـــل

بالإضـــافة إلـــى أنهـــا لا تمثـــل حـــلا رياضـــيا، يعتمـــد علـــى المنطق.

هـــل هنـــاك طريقـــة أخـــرى ؟ المطلـــوب حصـــولنا علـــى ٦ لترات فقط .

مـــن الممكـــن الحصـــول علـــى ٦ لتـــرات فـــي الوعـــاء الكبيـــر عـــن طريـــق ســـكب ٣ لتـــرات منـــه. ولكـــن كيـــف

نسكب ٣ لترات فقط، ولا توجد لدينا علامة ؟

ما الطريقة التي نحصل بها على ٣ لترات فقط ؟ ولكن كيف يمكننا الحصول على ٣ لترات إذا استطعنا الحصول على لتر واحد فقط، ولكن كيف نحصل على لتر واحد فقط ؟

هل أوضحت لكم الفكرة بما فيه الكفاية ؟ إننا بدأنا من نهاية المسألة، وهو المطلوب الوصول إليه، ثم تدرجنا، حتى وصلنا إلى الجواب كيف ؟ بحصولنا على لتر واحد، ولكن هل حصولنا على لتر واحد يقودنا إلى الحل كيف ؟

كيف نحصل على لتر واحد ؟

١) نملا الوعاء الكبير و التترات ونفرغه في الصغير فيصبح ٥ لتر في الكبير .

٢) نكرر العمل مرة أخرى فنحصل على لتر واحد في الكبير .

٣) نسكب هذا اللتر الواحد في الوعاء الصغير فيكون لدينا لتر واحد في الوعاء الصغير "

حسـنا اسـتطعنا الحصـول علـى لتـر واحـد، ولكـن المطلـوب هـو ٦ لتـرات فـي الوعاء الكبير "

٤) نسـكب مـن الوعـاء الكبيـر فـي الوعـاء الصـغير الـذي بـه لترواحـد) حتـى يمتلـيء الوعـاء الصـغير وبـذلك نكـون قـد سـكبنا ٣ لتـرات مـن الكبيـر أي أننـا حصـلنا علـى ٦ لتـر فـي

الوعـــــاء الكبيـــــر، وهـــــو المطلوب .

ان هـــــذه الاســـــتراتيجية قويــة دافعــة لــه فــي كثيــر مــن المســائل، وكــل مــا نعملــه هــو التركيزعلــــــى الهــــــدف المطلـــوب، ونتخـــذ مـــن المطلـــوب نقطـــة البدايـــة، ثـــم نســـأل مـــا الخطـــوة الســـابقة؟ وهكـــــذاحتى نصـــــل إلـــــى البداية .

مسألة : رجل معه مبلغ من المال صرف نصف ما عنده وقام بدفع ثلث الباقي ثم صرق ربع الباقي وبقي معة ٥٠ ريالا فكم كان معه ؟

هذه المسألة وشبيهاتها من الممكن استخدام المعادلات الرياضية في حلها . فمن الممكن أن نبدأ بفرض ما

معه س صرف نصف
مامعه يصبح لديه س -
نصف،

على العموم تدركون صعوبة الحل كما تدركون إمكانية الوقوع في الخطأ، ولكن دعنا نحاول طريقة أخرى.

									النهاية
								٢٠٠	**٥٠**

مسـأﻟﺔ : اتفــق ثلاثــة أشخاص على الأتي :

إذا تـأخر أي مـنهم فـي الحضـور، فإنـه يقـوم بـدفع مبلـغ مـن المـال مسـاو لمـا مع كل من

ازميليـه ، فـإذا تـأخر الأول فـي الحضـور عـن الموعـد المحـدد، فإنـه يقـوم بـدفع مبلـغ لزميلـه الثـاني مسـاو

لمـــا معـــــه، و يقـــوم بــــدفع المبلـــغ مـــن المـــال مســـاو لمـــا مـــع زميلــــه الثالــــث . وفـــي يــوم آخــر تــاخر والثــاني فــي الحضــــــــور عــــــن الموعــــــد المحـــدد، وعليـــه فـــإن هـــذا الـــذي تـــأخر يـــدفع لزميلـــه الأول مبلغـــــا مـــــن المـــــال مســـاو لمـــا معـــه، كمـــا يقـــوم بـــدفع المبلـــغ مـــن المـــال لزميلـــه الثالـــث مســـاويا لمـــا

مـع الثالـث . وأخيـرا تـأخر فـي الحضـور عـن الموعـد المحـدد الشـخص الثالـث، وعليـه فإنـه يقـوم بـدفع مبلـغ الزميلـه الأول مسـاو لمـا مـع الأول، وينفـع لزميلـه الثـاني مسـاو لمـا مـع الثـاني . وبعـد ذلـك اتفـق الأشـخاص علـى عـدم الاسـتمرار فـي هـذا الاتفـاق، وكـان مـع كـل مـنهم ٨ ريـالات . فكـم كـان مـع

كل منهم قبل الاشتراك في هذا الاتفاق ؟

هل نستخدم المعادلات الجبرية، ونفرض أن الأول معه س، والثاني معه ص، والثالث معه ع؟

حاول حل المسالة باستخدام هذه الطريقة .

بالامكان حل هذه المسألة بطريقة أخرى . هذه الطريقة تعتمد على البدء

مـــــن النهايـــــــة، ومعرفـــــــة الخطـــــوة الســـــابقة، وهكـــــذا حتى نحصل على البداية .

	الأول	الثاني	الثالث
عند تأخر الثالث كان مع كل منهم	٨	٨	٨
قبل تأخر الثالث كان مع	٤	٤	٤+٤=١٦

قبل تأخر الثالث كان مع	٢	١٤	٨
قبل تأخر الأول كان مع	١٣	٧	٤

والآن دعنـــــا نتأكــــــد مــــــن صحة الحل .

فالحـــل أصـــبح هـــو أن الأول كان معه ١٣

والثاني كان معه ٧

والثالث كان معه ٤

تأخر الأول، ودفع للثاني ٧، فأصبح مع الثاني ١٤.

ودفع الثالث٤ فأصبح مع الثالث ٨.

أما الأول فأصبح معه ٢ لأنه كان عنده ١٣ دفع ٧ الثاني ، ٤ للثالث .

.: الوضع الآن هو :

الأول أصبح معه ٢

الثاني ١٤

الثالث ٨

تأخر الثاني، و عليه يدفع للأول ٢، فيصبح مع الأول ٤.

ويدفع الثالث ٨، فيصبح مع الثالث ١٦.

وعليه فإنه قد دفع ٢، ٨ أي دفع عشرة، وبالتالي يبقى معه ٤ فقط .

ويصبح الأول معه ٤

الثاني ٤

الثالث ١٦

الأن تأخر الثالث الذي كان لديه ١٦، وعليه فإنه يدفع للأول ٤ فيصبح مع الأول ٨، ويدفع للثاني ٤ فيصبح مع الثاني ٨، وبالتالي يكون قد دفع ٨، وكان مع١٦، فيصبح هو

معـــــه أيضـــــا ٨، وبالتـــــالي يكون الحل صحيحا .

استراتيجية التمثيل :

حـــــل المســـــائل عـــــادة يتطلـــــب إجـــــراء، وتجربـــــة وجمـــع المعلومـــات، واتخـــاذ قـــــرار حـــــول هـــــذه المعلومـــــات، بنـــــاء علـــــى تحليـــل للمعلومـــات ولكنـــه قـــد يكـــون مـــن غيـــر الممكـــن

فعـــــلا إجــــراء التجربــــــة و عنـــدها نســــتعين بالتمثيـــل، و التمثيـــل لـــه اســـتراتيجية قويـــة وفعالـــة لحـــل بعـــض المســـائل .

مسألة:

قـــــدرت إحـــــدى شـــــركات المرطبـــــات وضـــــع خمــــس جــــوائز (خمـــس دراجــــات) فـــي زجاجـــات المرطبـــات . الجـــائزة عبـــارة عـــن صـــورة

الدراجـــة داخـــل الغطـــاء. كـــم زجاجــــــة يجــــــب أن تقــــــوم بشــــرائها حتــــى نحصـــل علـــى جوائز الخمس ؟

طبعـــــي أنــــــه لـــــيس مـــــن المعقــــول أن تـــــذهب إلـــــى السـوق فــي كــل مــرة تشــتري عــــددا مــــن الزجاجــــات، وتحســــب عــــددهم، حتــــى تحصـــــل علـــــى جـــــوائز الخمس .

هنا يأتي دور التمثيل في الشراء عن طريق إعطاء كل دراجة رقم مثلا : الأولى رقم(١)، والثانية رقم (٢)، والثالثة رقم (٣) ... إلخ .

نضع هذه الأرقام على مكعب كل رقم على وجه، وبالتالي يكون لدينا وجه واحد خاليس له رقم ، أو نتجاهله ولا ندخله في

الحســـــاب . نقــــوم بعـــــد المـــرات التـــي يظهـــر فيهـــا الأرقام.٥ ،٤ ،٣ ،٢ ،١

وتعتبـــر هـــذه المحاولـــة واحــــدة لاحتمـــال حصـــولنا عـــل جـــوائز الخمـــس . ثـــم نقـــوم بتكـــرار العمـــل علـــى مـــرات متعـــددة ، وفـــي كـــل مـــرة نقـــوم بحســـاب متوســـط عـــدد العـــاب التـــي تمثـــل عمليـــة شـــراء الخمـــس

زجاجـــــات، وبالتـــــالي عـــــدد الزجاجـــــات الـــــلازم شـــــراؤها للحصـــــول علـــــى الجـــــوائز الخمس . ؟؟؟؟؟؟؟