الصف الثالث المتوسط

منهاج موهبة الإضافي المتقدم

الرياضيـــات

كتاب الطالب

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

موهبة

تم تطوير مادة منهاج موهبة الإضافي المتقدم لتستعمل في المدارس المنضوية في مبادرة موهبة للشراكة مع المدارس.

حقوق النشر محفوظة لمؤسسة الملك عبد العزيز ورجاله للموهبة والإبداع

شارع تركي بن عبدالعزيز الأول
صندوق بريد ٣٠٠٨٢٠ الرياض ١١٣٧٢، المملكة العربية السعودية – www.mawhiba.org.sa

بسم الله الرحمن الرحيم

المحتويات

استعمال هذا الكتاب ٦

الوحدة الأولى: المعادلات الخطية
حول هذه الوحدة ٨
النشاط الأول: صحيحة دائماً ، صحيحة أحياناً ، أم خاطئة دائماً ؟ ٨
النشاط الثاني: مساحات مستطيلة الشكل ٩
النشاط الثالث: الأهرام العددية ١١
النشاط الرابع: شبكة المربعات ١٣

الوحدة الثانية: الدوال الخطية
حول هذه الوحدة ١٥
النشاط الأول: المخططات السهمية للدوال الخطية ١٥
النشاط الثاني: تركيب الدوال الخطية ١٧
النشاط الثالث: معكوس الدالة الخطية ١٨
النشاط الرابع: متتابعات يتم توليدها باستخدام تطبيقات متكررة
من الدوال الخطية ٢٠

الوحدة الثالثة: الدوال الخطية والعلاقات
حول هذه الوحدة ٢٢
النشاط الأول: شكل الانتشار ٢٢
النشاط الثاني: المتغيرات المقترنة ٢٥
النشاط الثالث: بناء نموذج رياضي ٢٩

الوحدة الرابعة: المتباينات الخطية
حول هذه الوحدة ٣٢
النشاط الأول: أساسيات في المتباينات ٣٢
النشاط الثاني: المتباينات والمضلعات الهندسية ٣٤
النشاط الثالث: الحل الأمثل ٣٥

الوحدة الخامسة: أنظمة المعادلات الخطية
حول هذه الوحدة ٣٧
النشاط الأول: أي الطرق سأستخدم؟ ٣٧
النشاط الثاني: كم عدد الحلول ؟ ٤٠

الوحدة السادسة: كثيرات الحدود
حول هذه الوحدة ٤٣
النشاط الأول: دراسة القطع المكافئ ٤٣
النشاط الثاني: استكشاف التمثيلات البيانية للمعادلات التكعيبية و ما بعدها ٤٧
النشاط الثالث: دراسة الجذور والعوامل ٤٨

الوحدة السابعة: التحليل إلى العوامل والمعادلات التربيعيّة
حول هذه الوحدة ٥١
النشاط الأول: مطابقة العوامل ٥١
النشاط الثاني: حل معادلات تم تحليلها ٥٢
النشاط الثالث: حل المعادلات التربيعية ٥٣
النشاط الرابع: دراسة القطع المكافئ ومنحنيات أخرى ٥٤

الوحدة الثامنة: الدوال التربيعية والأُسيّة
حول هذه الوحدة ٥٨
النشاط الأول: بناء نموذج لمسار ٥٨
النشاط الثاني: النمو أو الاضمحلال ٦٠
النشاط الثالث: تطوير المهارات التفسيرية ٦٢

الوحدة التاسعة: الدوال الجذرية والهندسة
حول هذه الوحدة ٦٤
النشاط الأول: الأعداد غير النسبية والجذور ٦٤
النشاط الثاني: تمثيل الدوال الجذرية بيانياً ٦٧
النشاط الثالث: عجلة ثيودورس ٦٨
النشاط الرابع: فن طي الورق ٦٩

الوحدة العاشرة: الإحصاء والاحتمالات
حول هذه الوحدة ٧٢
النشاط الأول: أي الكراسي سأختار؟ ٧٢
النشاط الثاني: تجربة إسقاط الدبوس ٧٣
النشاط الثالث: المكعبات المرقمة بشكل خاطئ ٧٤
النشاط الرابع: المكعبات المرقّمة المتسلسلة ٧٦
النشاط الخامس: أي الطرق أختار؟ ٧٧
النشاط السادس: إجراء تحليلات إحصائية ٧٩

استعمال هذا الكتاب

صُمِّمت نشاطات هذا الكتاب لمُساعدتك كي تُصبحَ مُتعلِّماً متقدما؛ وهذا يعني أن هذه النشاطات ستتحدَّى قُدراتك لتقوم بأمور منها على سبيل المثال:

- استعمال المهارات التي تعلَّمتها في دروس أخرى سابقة؛ لتُطبِّقَها في مسائل ومواقف جديدة غير مألوفة.
- التَّحلِّي بالإبداع والمرونة عند حل المسائل.
- المُثابرة على المهمّة، وتجريب طرائق بديلة إن لم تكن طريقة الحل الأولى ناجحة.
- اكتشاف الأنماط، والتوصل إلى تعميمات وتنبُّؤات عن الأنماط والتوجُّهات.
- تنمية مهارات التفكير والتبرير.
- العمل مع الآخرين ضمن فريق وأداء أدوار مختلفة، فتارة تقود الفريق، وتُسهِم بصورة ناجحة وفعّالة في عمل الفريق تارة أخرى.
- تفسير استنتاجاتك كي يتمكن الآخرون من فهمها والرّد عليها.

ولكي يصبح الطلاّب في مدارس شراكة موهبة مُتعلِّمين ومُتقدِّمين؛ فإنّ نشاطات هذا الكتاب تركز على سِتّ قيم واتّجاهات وسمات أساسيّة تشجّع هذا النوع من العمل والتفكير، هي:

الإستقصاء

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ الإستقصاء، وسيرغبون في التعلم الذاتي، وينشطون فيه، ويتوقون إليه. وستظهر عليهم سمات المبادرة والتفكير المستقل، وتحدي الافتراضات، وطلب البرهان على الفرضيات والاستنتاجات. وسينظمون مسيرة تعلمهم بفعالية، منتقلين من استيعاب المعارف وإتقان الخطوات العملية، إلى تطوير وُجهات النّظر الشخصيّة والحلول الفردية.

المجازفة

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ المجازفة، وسيُظهرون الثّقة بأنفسهم، ويتناولون الأفكار والظواهر الجديدة عليهم بالتجربة والنقد، ويقدمون على التخمين، وتوقُّع الفرضيات، ولن يُزعجهم العمل في ظل ظروف جديدة عليهم. وسوف يرجئون التوصل إلى الاستنتاجات قبل نضوجها في أذهانهم، ويتحملون عدم الشك المُؤقَّت.

الإبداع

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ الإبداع والابتكار، وسيُصبِحُوا مُتَفَتِّحي العقول، ومَرِنين في طريقة تفكيرهم. إلى جانب إبداء استعدادهم للابتكار، وإيجاد حلول متعددة للمشاكل والمواقف، مُظهرين قدرة على تكييف أساليب عملهم لتتلاءم مع الظروف. سيغدو عملهم مثيرا للدهشة، ودليلا على الأصالة، ومتميزا بإسلوبهم الشخصي الخاص.

المثابرة

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ المثابرة، ولن تُثَبِّط العقبات والصُعوبات من عزائمهم، بل سيصرون على مواصلة بذل الجهود. وسوف يُبرهنون على تميُّزهم بالتَّأنّي في العمل، والالتزام بأسلوبهم المنهجي المنظم، ولن يَكِلُّوا من المثابرة لتحقيق النتائج المرجوة بأعلى مستويات الجودة والدقة المُمكنة.

التعاون

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ التعاون والعمل الجماعيّ، وسيسعون إلى الحصول على الملاحظات والتعليقات على أعمالهم، وسيُدلون بأرائهم وأفكارهم بوضوح واختصار، مُصغين إلى وجهات نظر الآخرين وأفكارهم. وسيَتمتّعون بالقُدرة على العمل الجماعي والإستعداد له، ويُؤدّون أدوار مُتنوّعة ضمن فريق العمل ويتمكنون من تقويم أفكارهم ومُساهماتهم.

الاهتمام بالمجتمع

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ الاهتمام بالمجتمع. ففي الوقت الذي سيكونون فيه مدفوعين بالطموح الشخصي والرغبة في تحقيق النجاح، فإنهم سيمتلكون أيضاً إحساساً قويّاً بأهمية المُساهمات التي يقدمونها للمجتمع تحقيقاً لمصلحة الوطن، ومنفعة أولئك الذين هم أقلّ منهم حظاً. وسيكونون مِثالاً للمواطن الصالح المُتعاطف مع المصلحة الجماعية لمحيطه الاجتماعي، المدرك لأوجه التباين والتشابه بين الأفراد والشعوب، والواعي بتراثه الثقافيّ، والتراث الثقافيّ للآخرين، كما سيكون الطلاب مُتجاوِبين مع القضايا الأخلاقيّة التي تُثارُ في سِياق دراساتهم.

كتابة الحلول

سوف يُرشِدُك مُعلِّمك أين تكتب الحلول والإجابات والأعمال الخاصّة بِشراكة مدارس موهبة، والطريقة المتبعة لهذه الغاية. ومن المُهم أن تحتفظ بأعمالك كلها مجتمعة حتى يكون لديك سجل عن الإنجاز والتقدم الذي تُحرزه في أثناء سَير هذا المُقَرَّر، والتّطوُّر في المهارات والسِّمات المرتبطة بالتَّحوّل إلى مُتعلِّمٍ مُتقدِّمٍ ناجح.

الوحدة الأولى
المعادلات الخطية

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

حول هذه الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة
- القدرة على كتابة عبارات ومعادلات خطية
- حل مسائل متعلقة بالمعادلات والعبارات الخطية

النشاط الأول
صحيحة دائماً ، صحيحة أحياناً ، أم خاطئة دائماً ؟

١. لنفترض أن لدينا الجملة الرياضية التالية والتي تنص على أن حاصل جمع عددين أ و ب يساوي حاصل ضربهما

أ + ب = أب

هل هذه الجملة الرياضية صحيحة دائماً ؟ قم بمناقشة ما تفكر به.
هل يوجد أعداد صحيحة تحقق هذه المساواة ؟
ماذا عن الأعداد غير الصحيحة؟

٢. ناقش مدى صحة العبارات الجبرية المعطاة أدناه ، و هل هي صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم أنها خاطئة دائماً .
أعط تبريراً مناسباً لإجابتك و قم باختيار الطريقة المناسبة لتسجيل نتائجك.

أ. أ+٧=٢٠	ب. م + ٥ = م +١٣	ت. ٣ك + ٦ = ٦ + ٣ك
ث. ٤و- ٦ = ٦ - ٤و	ج. ٦ + ٢ب = ٤ ب	ح. ر+ ٨ = س + ٨
خ. ٦ل >٥ + ل	د. ب + ٤ > ١٧	ذ. ٣(ي+٤) =٣ي +١٢
ر. ٣(٧+ ت) =٢١ + ٣ت	ز. ي٢>٩	س. ي٢=٤ي

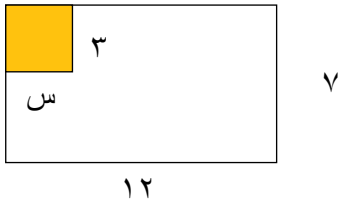
المعادلات التي تكون صحيحة دائماً تسمى **متطابقات** ويمكننا استخدام الرمز ≡ بدلاً من رمز المساواة = للدلالة على ذلك .
فعلى سبيل المثال يمكننا كتابة المتطابقة أ + أ ≡ ٢أ و التي تقرأ على النحو التالي:
ناتج جمع العددين أ و أ يكافئ العدد ٢أ .
وتعتبر هذه طريقة أخرى لتوضيح أن المعادلة دائماً صحيحة لجميع قيم المتغير أو المتغيرات.
حدد أي من الجمل الرياضية السابقة تمثل متطابقة وأعد كتابتها باستخدام الرمز ≡

٣. قم بتكوين العديد من الأمثلة لجمل جبرية (معادلات ، متطابقات ، متباينات) تكون صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم خاطئة دائماً .
ناقش زميلين لك في الفصل حول الأمثلة التي كتبتها واطلب منهما تصنيفها، ومن ثم قم بمطابقة ذلك مع التصنيف الذي عملته.
اختر مثال أو مثالين قد تعتبرهما مثيرين للاهتمام بالنسبة لك لتشارك بهما زميلين آخرين في الفصل.

"موهبة .. حيث تنتمي"

١. يُبين الشكل أدناه مستطيل مظلل يقع داخل مستطيل آخر.

الشكل ١



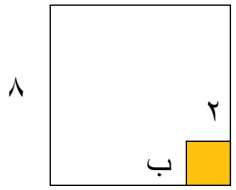
اذكر عدد الطرق التي يمكن استخدامها للحصول على عبارة جبرية تمثل المساحة غير المظللة ؟
أعط وصفاً لهذه الطرق.

أكتب العبارة الجبرية التي تمثل المساحة لكل من الطرق التي اقترحتها .

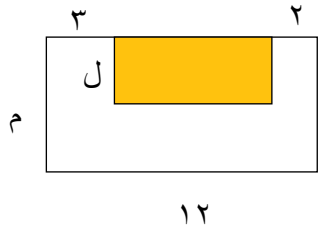
حيث أن جميع هذه العبارات تمثل نفس المساحة، فلا بد أن تكون جميعها متكافئة. تحقق من ذلك بتبسيطها جميعاً لتحصل على العبارة نفسها.

٢. في كل من الأمثلة التالية، أوجد عبارات جبرية تمثل المساحات غير المظللة باستخدام أكبر عدد من الطرق الممكنة:

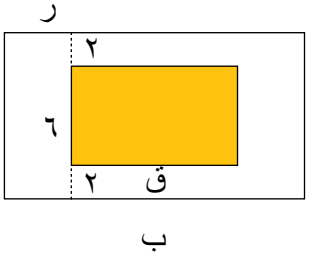
الشكل ٢



الشكل ٣



الشكل ٤



تحقق من أن جميع العبارات الجبرية لكل شكل متكافئة عن طريق تبسيطها .

٣. قم بعمل مثال آخر للمساحة مشابه للأنشطة السابقة و من ثم اطلب إلى زميلين لك في الفصل ليقوما بحل المسألة و قارن حلهما بما حصلت عليه .

٤. ارسم شكلاً هندسياً يوضح المتطابقة التالية:

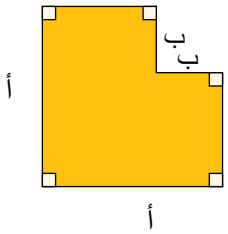
$$(أ + ب) (ج + د) \equiv أج + ب ج + أد + ب د \ .$$

اشرح كيف يمكن للمتطابقة أن تستخدم في الحصول على ناتج ضرب عددين كل منهما مكون من رقمين، على سبيل المثال ٢٧ × ٣٨.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٥. لنفترض أن لدينا الشكل التالي :

الشكل ٥



هل يمكنك إيجاد صيغة مكافئة للعبارة الجبرية $أ^{٢} - ب^{٢}$ باستخدام صيغ مختلفه لمساحة الشكل أعلاه ؟
تأكد عن طريق تبسيط الصيغ المختلفة و مقارنتها.
هل تستطيع هندسياً التحقق من المتطابقة $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب) (أ + ب)$ ؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث
الأهرام العددية

١. في الهرم العددي، يكون العدد المكتوب على كل مكعب يساوي مجموع العددين المكتوبين على المكعبين الموجودين تحته مباشرةً. كما في الشكل أدناه

الشكل ٦

يُظهر الشكل التالي هرماً عددياً مكوناً من ٤ طبقات بحيث أن العدد الموجود في القمة معطى و كذلك الأعداد الموجودة في الطبقة السفلى عدا مكعب واحد كما هو موضح في الشكل أدناه .

- هل تستطيع كتابة معادلة لحساب قيمة العدد المفقود ن ؟

- اختبر صحة إجابتك عن طريق وضع العدد في الهرم العددي .

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٢. تُظهر الأشكال التالية ثلاث أهرام عددية كل منها مكون من أربع طبقات. أوجد العدد المجهول من هذه الأهرام العددية بكتابة معادلة ثم حلها.

١.

٢.

٣.

اختبر صحة إجاباتك بتعويض الحلول في الأهرامات العددية.

٣. هل تستطيع إيجاد صيغة جبرية لإيجاد القيمة المجهولة في أي هرم عددي مكون من أربع طبقات و مشابه للأمثلة السابقة ؟
لاحظ أن الصيغة التي ستحصل عليها يجب أن تحسب العدد المجهول في الطبقة السفلى بحيث أن العدد الموجود في القمة و بقية الأعداد في الطبقة السفلى تكون معلومة.

اختبر صحة الصيغة الجبرية التي كتبتها بتعويض القيم الموجودة في الأمثلة السابقة والتي قمت بحسابها.

٤. في الشكلين التاليين أدناه هرمان عدديان بحيث أن العدد الموجود في القمة في كل منهما غير معطى و لكن تمت صياغته بتعبير جبري يحتوي العدد المفقود ن و الموجود في الطبقة السفلى.
أوجد العددين المفقودين في القمة وفي الطبقة السفلى.

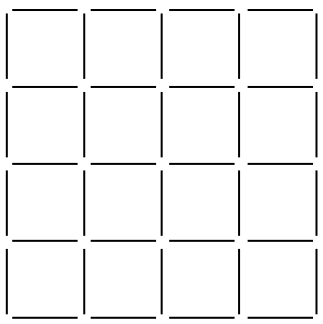
١.

٢.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الرابع
شبكة المربعات

١. قم برسم شبكة مربعات بُعداها (٤ × ٤) باستخدام أعواد ثقاب أو قطع مستقيمة كما في الشكل أدناه :



كم عدد الأعواد التي تحتاجها لبناء هذه الشبكة ؟ هل تستطيع وصف الطريقة التي استخدمتها في العد ؟
كيف يمكنك تسجيل حساباتك لتوضيح النظام الذي استخدمته في العد ؟
هل يوجد طرق منهجية أخرى للعد يمكنك استخدامها؟ اشرح و سجل ملاحظاتك

٢. تصور شبكة مربعات مستطيلة الشكل بُعداها (٤ × ن)
هل تستطيع وصف طريقه منهجية لحساب عدد الأعواد الموجودة في الشبكة ؟
هل تستطيع كتابة صيغة جبرية لحساب عدد الأعواد الموجودة في الشبكة ، مستخدماً المتغير ن ؟
باستخدام طرق منهجية أخرى للعد، كم عدد الصيغ الجبرية التي تستطيع كتابتها؟

٣. أثبت أن جميع الصيغ الجبرية التي تُمثل الأعواد في الشبكة التي بُعداها (٤ × ن) والتي استخدمتها في العد هي متكافئة وذلك عن طريق تبسيط هذه الصيغ .

٤. قم بكتابة معادلة جبرية لإيجاد حل المسألة التالية:
إذا كان لدينا شبكة مربعات مستطيلة الشكل بُعداها (٤ × ن) و كان عدد الأعواد المستخدمة هو ١٣٠ عوداً ، فما هي قيمة ن ؟

٥. قم بتعميم النتائج التي حصلت عليها في السؤال الثاني لإيجاد صيغة جبرية تبين عدد الأعواد في شبكة مربعات مستطيلة الشكل بُعداها (م × ن) .

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الوحدة الثانية

الدوال الخطية

الأهداف التعلمية للوحدة

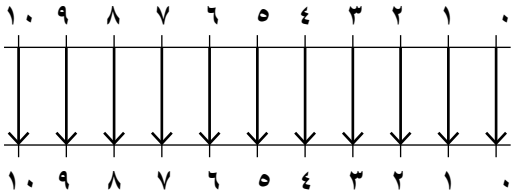
- معرفة خصائص الدوال الخطية وتمثيلها بيانياً بالإضافة إلى تحصيل الدوال والدالة العكسية.
- استخدام الطرق الهندسية والجبرية لصياغة التعميم وإثبات النتائج

النشاط الأول
المخططات السهمية للدوال الخطية

١- تقوم دالة الوحدة د(س) = س بإرسال كل قيمة في المجال إلى القيمة نفسها في المدي . ويمكن إيضاح ذلك بعمل مخطط سهمي للدالة والمتكون من مجموعة الخطوط المتوازية و التي ترسل كل قيمة على خط الأعداد إلى القيمة نفسها كما في الشكل أدناه:

شكل ١

د (س) = س



قم بعمل مخطط سهمي لكل من الدوال التالية و قم بوصفها من خلال تحويلات بسيطة لخط الأعداد.
(من الممكن إشراك الطلاب في مجموعات صغيرة مكونة من طالبين أو ثلاثة)

١. أ (س) = - س

٢. ب (س) = س - ٤

٣. جـ (س) = $\frac{١}{٢}$ س

٤. د (س) = ٣س - ٢

٥. هـ (س) = ٢س + ١

٦. و(س) = ٣ - س

٧. ز(س) = $\frac{١}{٢}$ س - ٣

٨. ح (س) = $\frac{١}{٣}$ س + ١

٢- لو اعتبرنا الدالة الخطية د(س) = م س + جـ ، هل يمكنك القيام باستنتاج عام لقيم محدودة للأعداد (م) و (جـ) و للتحويلات على خط الأعداد الناتجة عن هذه الدالة؟
ناقش تخمينك مع الآخرين واختبره باستعمال أمثلة معينة من عندك.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٣. لأي دالة خطية، عدا دالة الوحدة، فإن كل قيمة س في المجال بشكل عام يتم إرسالها إلى قيمة مختلفة في المدى. هل هناك قيم معينة يتم إرسالها إلى نفسها في الدوال التي استخدمتها في السؤالين السابقين ؟
كيف يمكنك تحديد هذه القيم عن طريق مخطط سهمي للدالة أو عن طريق حل معادلات جبرية معينة؟

٤- في الصورة العامة للدالة الخطية د (س) = م س + جـ ، قم بالتحقق ما إذا ما كان هناك قيمة للمتغير س يتم إرسالها إلى نفسها.اشرح استنتاجاتك واربط ذلك بالتمثيل البياني لدالة الوحدة د (س) = س .

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثاني
تركيب الدوال الخطية

١. الدالة التناسبية د(س) = م س هي حالة خاصة من الصورة العامة للدالة الخطية د(س) = م س + جـ .
في الجدول أدناه، حدد الدوال التناسبية وأوجد ثابت التناسب م. قم بكتابة الدوال الأخرى على الصورة د(س) = م س + جـ .

١	س	أ(س)	٢	س	ب(س)	٣	س	جـ(س)
	١	٤		٢٠	٥		٣	٧
	٢	٨		٢٨	٧		٧	١٥
	٦	٢٤		٤٤	١١		١٢	٢٥
	٩	٣٦		٤	١		٢٣	٤٧
٤	س	د(س)	٥	س	هـ (س)	٦	س	و(س)
	١٠	٥٥		٢١	١٩		٢٨	١٨٢
	٣	٦		٣٦	٢٤		١٦	١٠٤
	٨	٤١		١٠٢	٤٦		٤٢	٢٧٣
	١٧	١٠٤		٦٩	٣٥		٩٤	٦١١
٧	س	ز(س)	٨	س	ح (س)	٩	س	ط(س)
	١٢	٩٣,٦		١٤,٢	٦٥,٣٢		٨	١٢-
	٧	٥٤,٦		٦,٩	٣١,٧٤		٢	٦
	٤٥	٣٥١		٣٢١	١٤٧٦,٦		١٥	٣٣-
	٢٦	٢٠٢,٨		٥٥,٥٥	٢٥٥,٥٣		٧-	٣٣

٢- تتكون الدوال الخطية من عملية واحدة أو عمليتين: الضرب (أو القسمة) والجمع (أو الطرح). وهذه الدوال المبسطة يمكن كتابتها على النحو التالي د (س) = م س وكذلك ر (س) = س + جـ . و يمكننا تجميع الدالتين معاً، وذلك بتطبيق الدالة ر(س) أولاً ومن ثم تعويض الناتج في الدالة د(س) وهذا يعطينا الدالة د(ر(س)) ويعبر عنها بالصورة د ○ ر(س). أو من الممكن تطبيق الدالة د(س) أولاً ومن ثم تعويض الدالة ر(س) وهذا يعطينا الدالة ر(د(س)) ويعبر عنها بالصورة ر ○ د(س).

لاحظ أن هذان التركيبان لا يعطيان نفس الإجابة في معظم الأحيان.
قارن بين الدالة د ○ ر(س) و الدالة ر ○ د (س) من حيث التالي:
١. ما علاقة الدالتين ببعضهما البعض؟
٢. هل تركيب هذه الدوال الخطية يكون دائماً دالة خطية؟
٣. تحت أي شرط يمكن أن تحدث المساواة د ○ ر(س) = ر ○ د (س).
وضح نتائجك باستخدام مخطط سهمي و كذلك إنشاء تمثيل بياني لدالة أو دالتين معينتين. قم بعمل ذلك بالمشاركة مع زميل لك أو من خلال مجموعة صغيرة وقم بتحديد دوال لزملاء آخرين لك في الفصل و شاركهم في النتائج التي حصلت عليها.

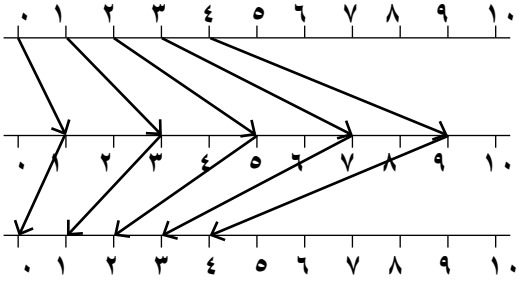
٣- قم بالبحث عن تركيبات أخرى للدوال د (س) = م س ، ر(س) = س + جـ ، على سبيل المثال
د ○ د ، ر ○ ر ، د ○ د ○ ر ، ر ○ د ○ ر ، وهكذا .
اشرح ما حصلت عليه ووضح إجابتك بإعطاء بعض الأمثلة.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الثالث

معكوس الدالة الخطية

١- يَنتُج عن عكس اتجاه أسهم الدالة د(س) في المخطط السهمي ، معكوس الدالة و يُرمز له بالرمز د$^{-١}$(س)
فعلى سبيل المثال معكوس الدالة د(س) = ٢س + ١ هو د$^{-١}$ (س) = $\frac{\text{س} - ١}{٢}$
المخطط السهمي التالي يوضح ذلك، حيث يتم تطبيق الدالة د(س) أولاً ثم بعد ذلك يتم تطبيق معكوسها د$^{-١}$ (س).



د(س) = ٢س + ١

الشكل ٢

د$^{-١}$ (س) = $\frac{\text{س} - ١}{٢}$

لاحظ أن تركيب الدالة ومعكوسها يكافئ دالة الوحدة وأن د$^{-١}$(د (س)) = س
أوجد معكوس كل من الدوال التالية :

١. أ (س) = س + ٥

٢. ب (س) = $\frac{١}{٤}$ س

٣. جـ (س) = ٢س + ٤

٤. د (س) = - س

٥. هـ (س) = ٣س - ١

٦. و (س) = ٤ - س

٧. ز (س) = $\frac{١}{٢}$ س - ٤

٨. ح (س) = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

اختر مثال أو مثالين و قم بعمل مخطط سهمي لشرح التركيب د$^{-١}$(د (س)) = س
هل يوجد أي دالة في المثال السابق تساوي معكوسها بمعنى آخر د$^{-١}$(س) = د (س)؟

ما هو الشكل العام للدالة التي تساوي معكوسها؟

٢- ابحث في التمثيل البياني لبعض الدوال الخطية و معكوسها ومدى ارتباط ذلك بدالة الوحدة د(س) = س.
أكتب ملاحظاتك عن الحالة الخاصة للدوال التي تساوي معكوسها بمعنى د$^{-١}$ (س) = د(س) .

"موهبة .. حيث تنتمي"

٣- لنفرض أن لدينا تركيب الدالتين جـ (س) = د ○ ر(س) بحيث أن الدالتين د(س) ، ر(س) خطيتان.
هل تستطيع إيجاد صيغة لمعكوس الدالة جـ$^{-١}$ (س) باستخدام الدالتين الخطيتين د(س) ، ر(س) ؟
اكتشف بعض الأمثلة على وجه الخصوص باستخدام المخططات السهمية ومن ثم قم بتعميم النتيجة.

٤- إذا كانت الدالة و(س) ترمز إلى دالة الوحدة (و(س) = س) والدالة جـ(س) معرفة على النحو التالي
جـ(س) = د ○ ر(س)، وكانت د(س) ، ر(س) دالتان خطيتان، قم بتبسيط كل من الدوال التالية:

أ) د ○ و(س) ب) و ○ د(س) ج) د$^{-١}$ ○ د(س)
د) د ○ د$^{-١}$(س) هـ) جـ ○ ر$^{-١}$ (س) و) د$^{-١}$ ○ جـ (س)

استخدم النتائج التي حصلت عليها لإيجاد المزيد من التعميمات ووضح تفسيرك مستخدماً الجبر أو رسوم من اختيارك.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
متتابعات يتم توليدها باستخدام تطبيقات متكررة من الدوال الخطية

١. مبتدءاً بالعدد س = ١، قم بإنشاء متتابعة من الأعداد و ذلك بتكرار تطبيق الدالة عدة مرات.

$$د(س) = \frac{س}{٢} + ٣$$

من الممكن استخدام جدول بيانات لمساعدتك في حساب حدود المتتابعة و هي كالتالي:
١، د(١) ، د ∘ د(١) ، د ∘ د ∘ د(١) , ...

ماذا سيحدث إذا بدأت المتتابعة بقيمة أخرى، على سبيل المثال س = ٢ أو س = ٩؟

٢. أكتب و بسِّط تركيبات الدوالِ د(س) ، د ∘ د(س) ، د ∘ د ∘ د(س) ، د ∘ د ∘ د ∘ د(س) .
قم بتمثيل جميع الدوال بيانياً في المستوى الإحداثي نفسه.
اشرح ما تلاحظه على هذه الدوال و السبب في أن حل الدالة د(س) = س تعطينا القيمة النهائية للمتتابعة.

٣. اختبر المتتابعة س ، د(س) ، د ∘ د(س) ، د ∘ د ∘ د(س) ، .... باستخدام دوال خطية أخرى.
قم بشرح أي تعميم تستطيع الحصول عليه.

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة الثالثة

الدوال الخطية والعلاقات

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

حول هذه الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- تطبيق المعرفة السابقة للمعادلات الخطية لإيجاد وتفسير مستقيم يحتوي بشكل أفضل نقاط البيانات الممثلة بشكل انتشار.
- استخدام وتقييم الاستنتاجات حول العلاقة بين المتغيرات الزوجية والمعتمدة على بيانات النموذج باستخدام العلاقات الخطية.
- مقارنه العلاقات الرياضية الخطية بين المتغيرات مع العلاقة بين المتغيرات من واقع الحياة .

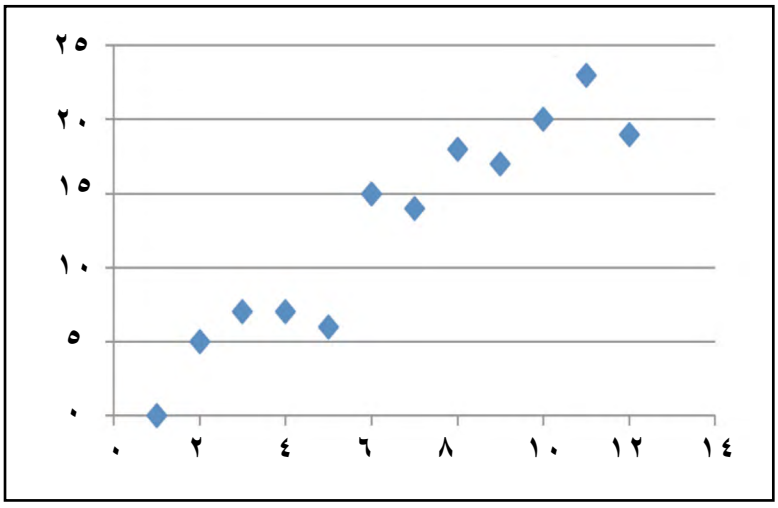
النشاط الأول
شكل الانتشار

من الأفضل في هذا النشاط أن تدون الملاحظات على صور من التمثيلات البيانية من (أ) إلى (ز) والمعطاة أدناه. أطلب من المعلم ورقة عمل المصادر رقم (١)

١. ناقش مع زميلك في الفصل شكل الانتشار (أ) المبين في الشكل أدناه والذي يبين العلاقة بين مجموعتين من البيانات. قم بتدوين بعض الملاحظات وناقش زميلين آخرين لك في الفصل وقارن معهم ملاحظاتك .

الشكل (١)

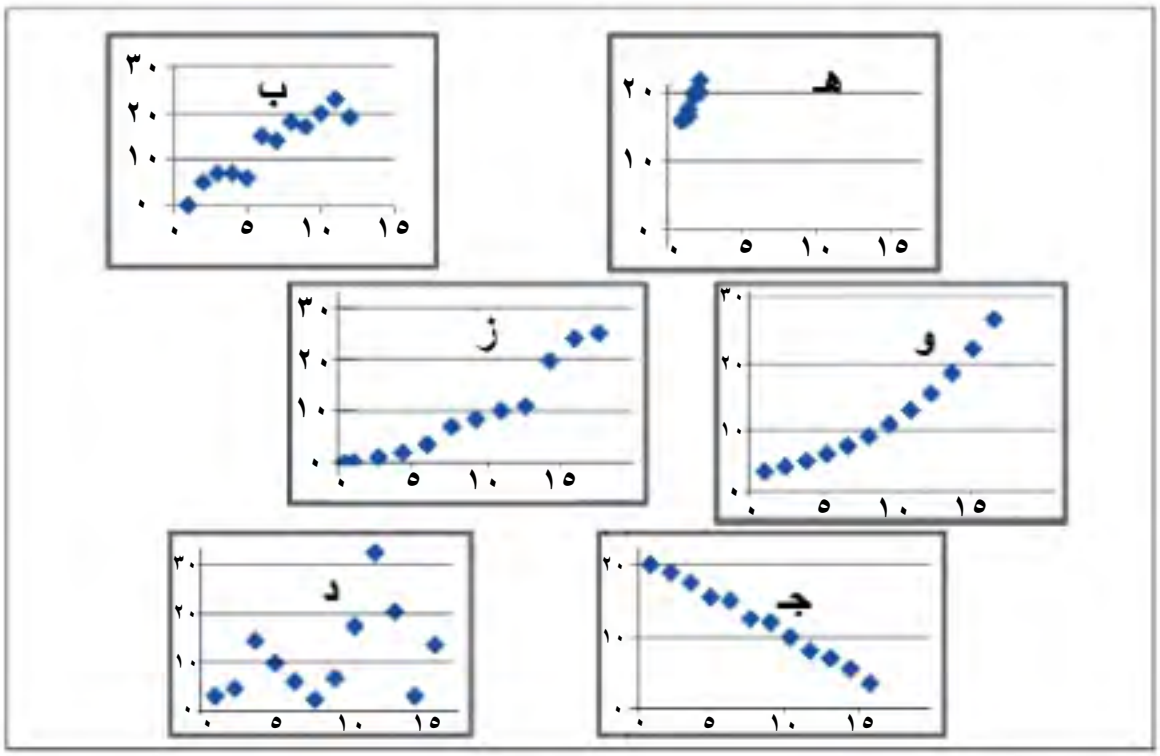
شكل الانتشار (أ)



"موهبة .. حيث تنتمي"

٢.قم بالعمل مع زميل لك في الفصل على أشكال الانتشار من (أ) إلى (ز) و المُعطاه في الشكل أدناه و من ثم اكتب ملاحظاتك عن العلاقة بين النقاط الموضحة في الرسوم. يمكنك استخدام الأوصاف المُعطاه في الجدول أدناه للمساعدة. قارن ملاحظاتك مع ملاحظات زميلين آخرين لك وقم بشرح أوصاف الأشكال التي توصلت إليها .

الشكل (٢)



الملاحظات المحتملة
خطية نوعاً ما
علاقة قوية غير خطية
خطية قوية إلى حد ما ، الميل تنازلي بقيمة سلبية
خطية نوعاً ما أو علاقة على شكل منحنى
المقياس صغير جدا لتحديد نوع العلاقة, ربما يكون هنالك علاقة إذا مدد الرسم بشكل أكبر
لا يوجد نمط واضح، لا توجد علاقة واضحة
خطية قوية إلى حد ما ، الميل تصاعدي بقيمة إيجابية

٣. حاول رسم أفضل مستقيم يحتوي بشكل أفضل نقاط البيانات الممثلة بشكل الإنتشار وذلك لجميع أشكال الانتشار من (أ) إلى (ز) والتي صنفتها على أنها علاقات خطية نوعاً ما بالاعتماد على ما يلي:

- قرر معايير رسمك لأفضل مستقيم يناسب البيانات وقم برسمه .
- اكتب معادلة المستقيم الذي قمت برسمه
- قارن موقع ومعادلة المستقيم الذي رسمته مع موقعي ومعادلتي المستقيمين اللذان رسمهما زميلين آخرين لك و اشرح لهم معايير اختيارك.

٤. باستخدام شكل الانتشار (أ) ومعادلة المستقيم التي أوجدتها ، قم بالتفكير في الكيفية التي يمكن للمستقيم أن يتغير بها إذا كان لدينا عدد أكبر من البيانات و تم تجميعها و رسمها . إن النقاط الجديدة المضافة للرسم من المحتمل أن تغير من اختيارك لأفضل مستقيم يناسب البيانات المعطاة .

قم بعمل ثلاث رسومات اخرى لشكل الإنتشار(أ) وعلى كل رسم قم بإضافة ٦ نقاط بيانية (بلون مختلف) في أماكن مختلفة بحيث أن :

- الشكل ١: النقاط الجديدة تغير بشكل كبير ميل المستقيم مع عدم تغير نقطة التقاطع مع الإحداثي الصادي.
- الشكل ٢: النقاط الجديدة تغير نقطة تقاطع المستقيم مع الإحداثي الصادي مع الإبقاء على نفس ميل المستقيم.
- الشكل ٣: النقاط الجديدة لا تقع على المستقيم و لا تغير معادلته.

١. سوف تحتاج في هذا النشاط إلى قص نسخ من البطاقات التالية أدناه والموجودة كذلك في ورقة عمل المصادر رقم (٢)

عدد الأشخاص داخل مصعد	مجموع أوزان الأشخاص	درجة الحرارة
نمو الشتلات	الزمن بالأشهر	أطوال الأطفال
عدد الأميال	استهلاك الوقود	عدد أجهزة التلفاز
فترة الحياة	الزمن بالساعات	تكاثر الفيروسات
الزمن بالسنوات	تناقص المواد المشعة	الضغط
سرعة الرياح	كمية الأسمدة المعطاة للمحصول خلال نموه	غلّة المحاصيل المنتجة

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

استخدم التعريف المبسط و المعطى أدناه لمساعدتك على القيام بالربط بين البطاقات كأزواج بحيث أن إحدى البطاقات تمثل المتغير المستقل والأخرى تمثل المتغير التابع.

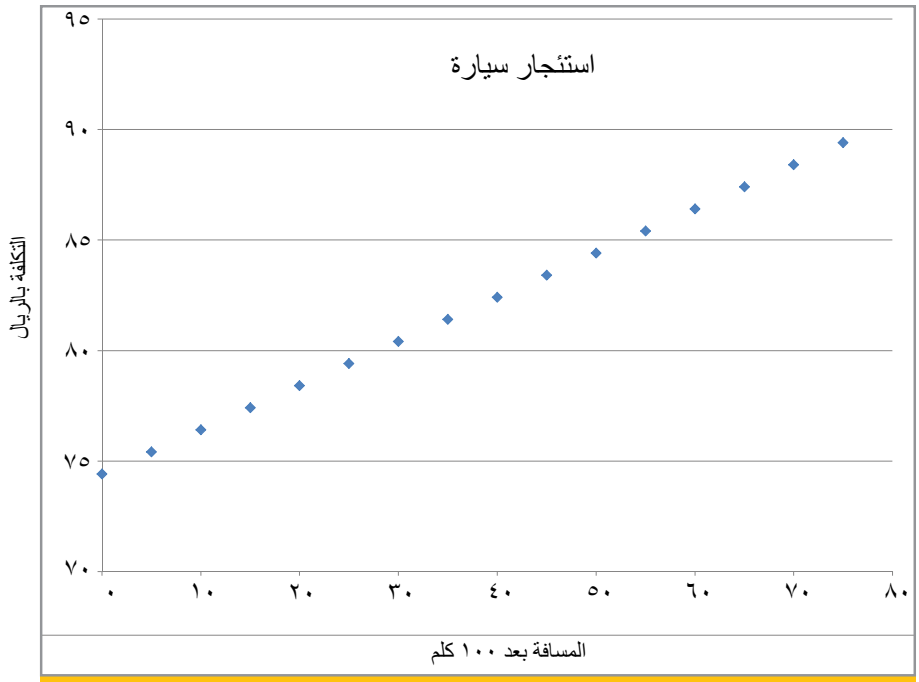
- المتغير المستقل هو الذي يكون جواباً للسؤال التالي: هل ينبغي عليّ تغييره؟
- المتغير التابع هو الذي يكون جواباً للسؤال التالي: ماذا ألاحظ ؟

سوف يكون هناك أكثر من طريقة للربط بين البطاقات. قم بمقارنة الأزواج التي قمت باختيارها مع ما اختاره زملائك واشرح الأسباب التي دعتك لاختيار هذه الأزواج .

٢. أنظر إلى الرسوم البيانية الثلاثة الآتية والشرح المرافق لكل منها .
ناقش مع زميلك العلاقة التي تراها في كل واحدة من الرسوم الثلاثة و كذلك السياق الذي تم فيه الوصف. حاول استخدام المفردات الآتية:

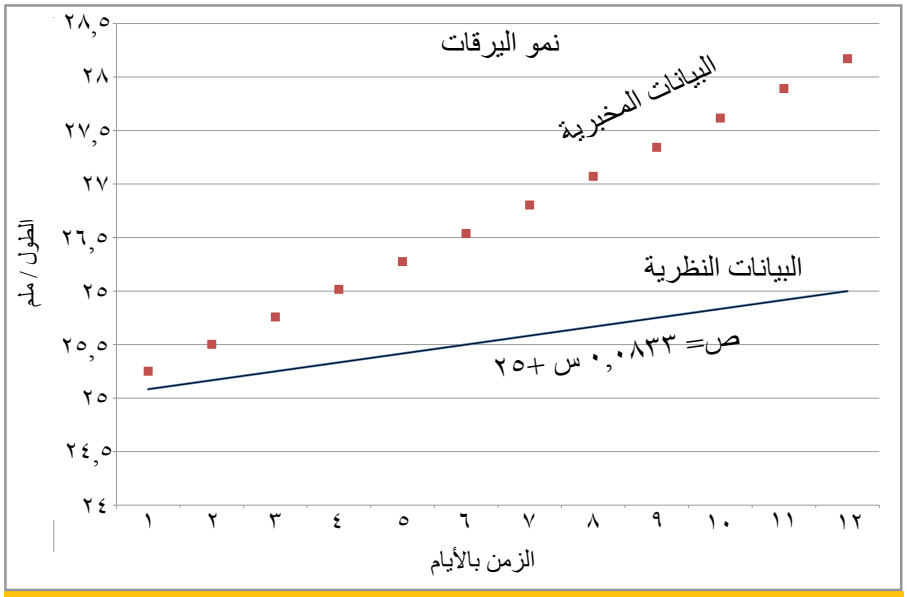
- العلاقة خطية تماماً
- العلاقة ليست تماماً خطية
- أخطاء تجريبية
- افتراضات محدودة
- افتراضات معقدة

الشكل ٣



أراد سائق استئجار سيارة ليوم واحد. وكان عمر السائق ٣٣ عاماً ، و من خلال بحثه و تقصيه لأفضل العروض، وجد السائق أن أفضل العروض المتوفرة هو عرض لسيارة تكلفة استئجارها هو ٧٤,٤١ ريال في اليوم بالإضافة إلى ذلك فإن أول ١٠٠ كلم تكون مجاناً ثمّ يدفع ٠,٢١ ريال لكل كيلومتر زيادة. الرسم الموجود أعلاه يوضح التكلفة الإجمالية لإستئجار السيارة و قيادتها لأكثر من ١٠٠ كلم.

الشكل ٤



تنمو وتتكاثر المخلوقات الحية بشكل عام بالاعتماد على كل من البيئة والجينات الوراثية. ومع ذلك تحت المراقبة المخبرية يمكن للمرء أن يلاحظ في كثير من الأحيان وجود علاقة خطية قوية إلى حد ما بين الزمن ومقدار النمو . وغالبا ما يشار إلى فترات النمو الثابت باسم «الأجزاء الخطية من منحنى النمو»

يعطينا هذا المثال نموذجاً لمرحلة خطية من نمو يرقة وهو كالتالي:

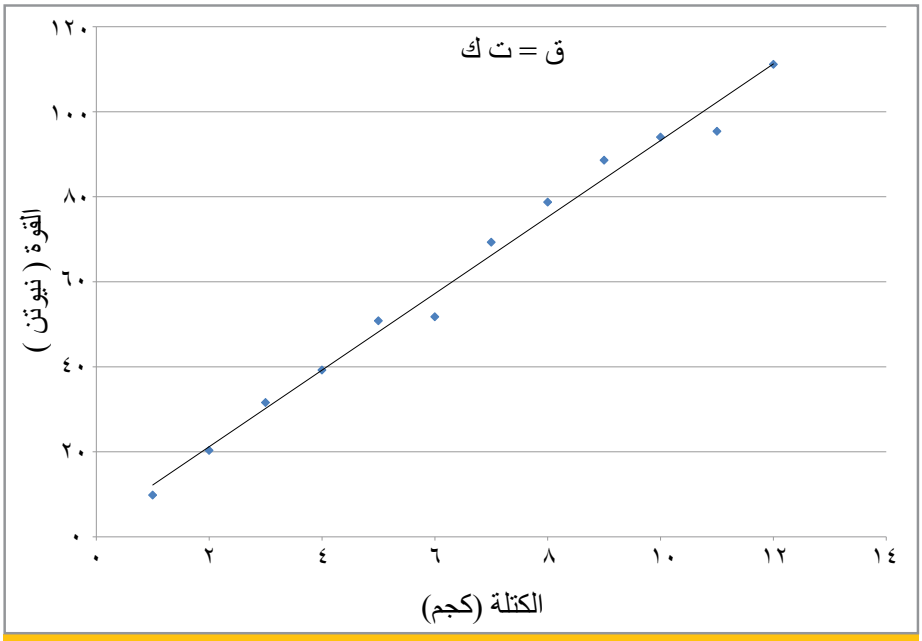
$$د(ز) = \frac{١}{١٢} ز + ٢٥$$

حيث ز هي الزمن بالأيام.

يبين الشكل أعلاه النموذج المخبري بالإضافة إلى النموذج النظري لنمو يرقة ليست تحت المراقبة المخبرية.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الشكل ٥



إذا تسارع جسم (زادت سرعته أو غير اتجاهه) ، فإن قوة (ق) ما قد أثرت عليه و ذلك بحسب قانون نيوتن . حيث اعتقد أنه إذا تزايدت الكتلة (ك) للجسم فإن مقدار القوة اللازمة سيزداد كذلك. لقد افترض نيوتن أن القوة و الكتلة و التسارع مرتبطة ببعضهم البعض و النتائج المخبرية تعطي البرهان على أن العلاقة كانت خطية تماماً.
الرسم البياني أعلاه للبيانات المخبرية يوضح العلاقة بين القوة (ق) والكتلة (ك) يعطينا ميل أفضل مستقيم يمر بالنقاط قيمة التسارع (ت).

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث
بناء نموذج رياضي

يحوي هذا النشاط سؤالين يُلقيان الضوء على علاقة أكثر تفصيلاً بين النموذج الرياضي و العالم الحقيقي.

١. سوف تستكشف الآن إجابة السؤال الآتي:

هل العلاقة بين تمدد الشريط المطاطي وعدد القطع النقدية المعدنية التي علقت عليه خطية ؟

سوف تقوم بعمل تجربة ومن ثم ستقوم بتجميع البيانات اللازمة وتمثيلها بيانياً وبعد ذلك سوف تصدر حكمك على نوع العلاقة.
لإجراء التجربة سوف نحتاج إلى ما يلي:

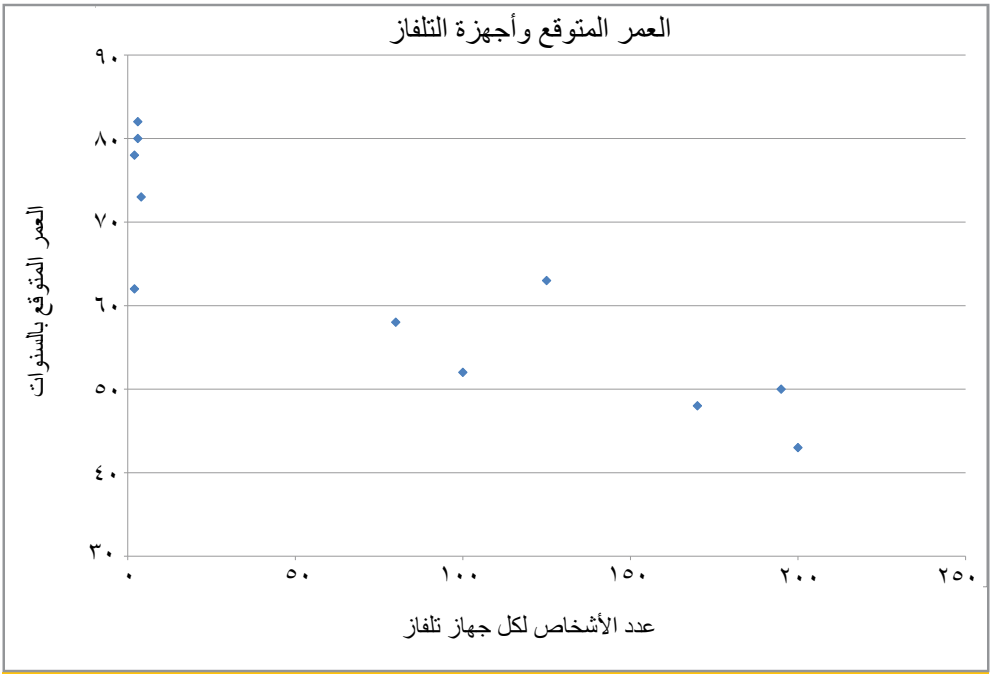
- مجموعة من القطع النقدية المعدنية أوعدد من الكرات الزجاجية
- مجموعة من شرائط مطاطية
- طريقة لتعليق الشريط
- وعاء لحمل القطع النقدية
- طريقة ما لقياس مقدار استطالة المطاط

نظّم بياناتك في جدول، ثم قم بتمثيلها بيانياً واكتب ملخصاً لنتائجك التي حصلت عليها.

٢. نحتاج في هذا السؤال كلا مما يلي:

- مجموعة واحدة من البطاقات والموجودة في ورقة عمل المصادر رقم (٣).
- مقص لتقطيع البطاقات

الشكل ٦



- اعمل مع زميلك على ورقة التمثيل البياني أعلاه وقم بوضع البطاقات على الأجزاء أو النقاط التي على الشكل.
- عندما تطمئن إلى مواقع البطاقات على الشكل، قم بمقارنة اختيارك مع مجموعة أخرى من زملائك.
- قم بالتعليق على ما يمكن استنتاجه حول العلاقة بين المتغيرين المرسومين على التمثيل البياني.
- كوّن جملة أو جملتين لوصف ما إذا كنت تعتقد بوجود علاقة بين العمر المتوقع وأجهزة التلفاز.
- قم بصياغة فرضيتك حول ما يكمن وراء هذه البيانات.

الوحدة الرابعة

المتباينات الخطية

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

الأهداف التعلمية للوحدة:

- إنشاء ووصف تمثيلات بيانية دقيقة للمتباينات الخطية.
- تطبيق المعرفة بالمعادلات الخطية وخصائص الأشكال على مسائل التمثيلات البيانية.
- حل مسائل تحتوي على متباينات خطية بما في ذلك إيجاد الحل الأمثل لتلك المسائل.

النشاط الأول:
أساسيات في المتباينات

تأمل ورقة التمثيل البياني والمحاور الإحداثية التي أمامك كلقطة لسطح مستوى إحداثي بأكمله، ثم اقرأ الوصف التقني التالي لتأثير التمثيل البياني لمعادلة خطية.

يقسم الخط المستقيم ص = ٢س + ١ النقاط على المستوى الإحداثي الى ثلاث مجموعات منفصلة :

- مجموعة النقاط الواقعة على المستقيم والتي تحقق كل نقطة منها المعادلة
  ص = ٢س + ١
- مجموعة النقاط الواقعة فوق المستقيم والتي تحقق كل نقطة منها المتباينة
  ص > ٢س + ١
- مجموعة النقاط الواقعة تحت المستقيم والتي تحقق كل نقطة منها المتباينة
  ص < ٢س + ١

١. اكتب عنواناً لكل مما يلي :
   - ص = ٢س + ١
   - ص > ٢س + ١
   - ص < ٢س + ١

   قم بإعداد قائمة قصيرة تحت كل عنوان لبعض إحداثيات النقاط التي تقع في تلك المجموعة.

٢. قم بعمل تمثيل بياني مصغر للمعادلة الخطية ص = ٢س + ١ ثم قم بوصف مجموعة النقاط التي تحقق المتباينة الخطية ص ≥ ٢س + ١.

ملاحظة – ربما كنت قد استخدمت التظليل لدعم تعريفك. من الأفضل في التمثيلات البيانية المستقبلية أن تترك منطقة الحل غير مظللة لأنك سوف تعمل على تحديد نقاط معينة محددة ضمن المنطقة.

"موهبة .. حيث تنتمي"

٣. اطلب من معلمك ورقة عمل المصادر رقم (١) والمحتوية على مجموعة البطاقات المعدة للتقطيع وقم بتقطيعها.
قسم البطاقات إلى مجموعات من ثلاث (التمثيل البياني، والأزواج المرتبة، والمتباينة) بحيث تحقق مجموعة النقاط المتباينة الجبرية والتي تعرفها المنطقة غير المظللة في التمثيل البياني. لاحظ أن بعض البطاقات فقط ستشكل مجموعات متطابقة. بالنسبة للبطاقات التي يصعب تقسيمها لمجموعات من ثلاث ، قم بعمل البطاقات اللازمة لاستكمال المجموعة.

٤. اطلب من معلمك ورقة عمل المصادر رقم (٢) والمحتوية على مجموعة البطاقات المعدة للتقطيع وقم بتقطيعها.
طابق المنطقة غير المظللة والتي تظهر على كل بطاقة مع المتباينات الجبرية التي تمثل المنطقة.

النشاط الثاني :
المتباينات والمضلعات الهندسية

١. مثّل الدالة الخطية ص = ٢س + ٤ بيانياً. يمكنك استخدام أحد البرامج الحاسوبية لتمثيل الدالة بيانياً. قم بإنشاء دالة خطية أخرى بحيث يتشكل لديك مثلث متساوي الساقين مكون من تمثيلك البياني للدالة الجديدة والتمثيل البياني للدالة ص = ٢س + ٤، وجزء من المحور السيني.
استخدم المتباينات لتحديد مجموعة النقاط داخل المثلث المتساوي الساقين والتي لا تنتمي الى أضلاع المثلث.

٢. باستخدام نفس المحاور الإحداثية السابقة ، قم بتمثيل دالتين خطيتين أخريين بيانياً بحيث تحققان المعايير التالية:
- كلاهما يتقاطع مع المحور الصادي عند النقطة (٠ , -٣).
- كلاهما يلتقي مع اثنين من رؤوس المثلث المتساوي الساقين لتشكيل شكل رباعي الأضلاع.

استخدم المتباينات الخطية لتحديد مجموعة النقاط التي تقع داخل الشكل الرباعي ولكنها لا تقع على أضلاع الشكل.

٣. استخدم أحد البرامج الحاسوبية لعمل تمثيل بياني لدوال خطية تتقاطع مع بعضها بحيث تشكل مضلعاً سداسياً منتظماً استخدم المتباينات لتحديد المنطقة في الداخل وعلى أضلاع الشكل السداسي. عليك الآن إعداد برهان لإثبات أن الشكل السداسي متساوي الأضلاع، ثم شارك هذه المعلومة مع طالبين آخرين في الفصل.

٤. قم بتشكيل مضلعات هندسية أخرى منتظمة مستخدما دوال خطية. لا تقم بكتابة الدوال على التمثيل البياني ومن ثم تحدى طلابا آخرين في الفصل لإيجاد المتباينات الخطية التي تصف مجموعة النقاط الواقعة حصرياً داخل الشكل الهندسي وليست تلك الواقعة على الأضلاع.

النشاط الثالث :
الحل الأمثل

التمثيلات البيانية للمتباينات تحوي تطبيقاً عملياً في إحدى مجالات الرياضيات و المعروف باسم الأمثلية .
من خلال دراسة تركيبية من النقاط (منطقة الحل) والتي تحقق شروطا معينة (المتباينات) ، فإنه من الممكن إيجاد مجموعة من الحلول.
ومن خلال تلك الحلول الممكنة يمكننا اختيار أفضل حل ممكن و الذي يمكن أن يعطينا على سبيل المثال أعلى ربح أو أقل وقت.

١. تنظم إحدى المدارس رحلة إلى إحدى المتاحف ويحتاج منظم الرحلة أن يقوم بحجز عدد معين من الحافلات الكبيرة والصغيرة من شركة مواصلات. سيشارك في هذه الرحلة ٤٧٥ طالباً و٢٥ معلماً. مع العلم أن شركة المواصلات لديها ١٣ حافلة كبيرة سعة كل منها ٤٢ مقعداً و ٦ حافلات صغيرة سعة كل منها ٢٠ مقعداً. يبلغ مجموع عدد السائقين المتوفرين لذلك اليوم ١٦ سائقاً، وهناك ٣٥ طالباً عرضة للإصابة بدوار الحركة لذا يجب عليهم السفر في حافلات صغيرة.
- استخدم معلوماتك الجبرية في كتابة مجموعة متباينات خطية تمثل الشروط التي يجب أن تفي بمطالب الحجز ثم مثّلها بيانياً
- استخدم تمثيلك البياني لإعطاء أمثلة ممكنة لعدد الحافلات الكبيرة والصغيرة والتي تحقق شروط الحجز.

تبلغ الميزانية المؤقتة التي حددتها المدرسة ٣٥٠٠ ريال لتغطية تكاليف النقل وتبلغ التكلفة اليومية لاستئجار الحافلة الكبيرة ٣٠٠ ريال و لاستئجار الحافلة الصغيرة ٢٠٠ ريال.

- هل بإمكان المدرسة القيام بالرحلة في حدود هذه الميزانية؟
- ما هو اقل سعر يمكن للمدرسة أن تحصل عليه؟

اشرح الحل مستخدماً المناطق على التمثيل البياني .

٢. يقوم أحد مصانع الأثاث بإنتاج طاولات وكراسي، ويحتاج مدير المصنع إلى تحديد عدد الطاولات و الكراسي اللازمة للإنتاج. يعمل المصنع لمدة أقصاها ٤٠ ساعة أسبوعيا و يستغرق إنتاج الطاولة الواحدة ٤٥ دقيقة وإنتاج الكرسي الواحد ٣٠ دقيقة. يريد العملاء ما لا يقل عن ٤ كراسي لكل طاولة. إذا قام المصنع بتخزين الطاولات فقط فهذا يعني أن هناك مساحة كافية لعدد ٦٠ طاولة كحد أقصى. تبلغ مساحة تخزين الطاولة أربعة أضعاف مساحة تخزين الكرسي.
- استخدم معلوماتك الجبرية في كتابة مجموعة متباينات خطية تمثل الشروط التي يجب أن يُلبِّيها المصنع ثم مثّلها بيانياً.
- استخدم تمثيلك البياني لإعطاء أمثلة ممكنة لعدد الطاولات والكراسي التي تحقق الشروط.

يعلم المدير انه بإمكان المصنع أن يبيع جميع ما ينتجه.
إذا كان ربح بيع الطاولة ٤٥ ريالاً وربح بيع الكرسي ١٥ ريالاً فأجب عما يلي:

- هل بإمكان المصنع أن يحقق ربحا يصل إلى ١٠٠٠ ريالاً في الأسبوع؟
- ما هو أقصى ربح محتمل في الأسبوع؟

اشرح الحل باستخدام المناطق على التمثيل البياني.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الوحدة الخامسة

أنظمة المعادلات الخطية

الأهداف التعلمية للوحدة:

- القبول بأن هناك عددا من النتائج المختلفة و المحتملة والتي من الممكن إيجادها عند حل نظام المعادلات الجبرية.
- القدرة على توفير الأسس المنطقية لاختيار إستراتيجية لإيجاد حل وكذلك تبني صقل هذه الاستراتيجيات بالاعتماد على المناقشة.

النشاط الأول:
أي الطرق سأستخدم؟

١. انظر إلى الشكل ١ أدناه لكي تذكر نفسك باللغة المرتبطة مع بعض من الأساليب المختلفة في حل أزواج من المعادلات في وقت واحد.
في هذا المثال سوف نقوم بحل نفس المجموعة من المعادلات بثلاث طرق مختلفة.

الشكل ١

طريقة الحذف

س + ص = ١٠ المعادلة (١)
س - ص = ٢ المعادلة (٢)

س + ص = ١٠ المعادلة (١)
٢س + ٠ = ١٢ المعادلة (١) + المعادلة (٢) ← المعادلة (٣)

س + ٠ = ٦ المعادلة (٣) ÷ ٢

عوِّض س = ٦ في المعادلة (١)
٦ + ص = ١٠
ص = ٤

طريقة التعويض

س + ص = ١٠ المعادلة (١)
س - ص = ٢ المعادلة (٢)

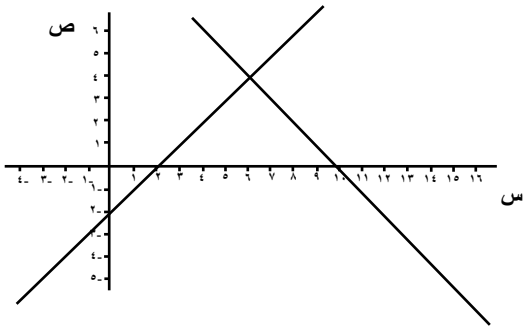
أعد ترتيب المعادلة (١)
س = ١٠ - ص

عوِّض في المعادلة (٢)
١٠ - ص - ص = ٢
١٠ - ٢ص = ٢

حل المعادلة الناتجة بالنسبة لـ ص
- ٢ص = - ٨
ص = ٤
س + ٤ = ١٠
س = ٦

تذكّر أنه بإمكانك دائماً تعويض الحلول الناتجة في المعادلات الأصلية للتحقق من صحتها

طريقة التمثيل البياني



مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

ناقش مع زميلك مزايا وعيوب كل من هذه الطرق لحل هذا المثال.
من خلال هذه الوحدة سيتم سؤالك عما تعتقده من المزايا والعيوب لكل طريقة من طرق الحل المختلفة.
لاحظ أنه لا يوجد إجابة سهلة على ذلك، لذا من الأفضل أن يكون لديك الأسباب لقرارك و أن تقوم بتدوين ملاحظاتك دائماً.

٢. اعمل على هذا النشاط من خلال مجموعة مكونة من أربعة طلاب بحيث يقوم طالبان بالعمل على المجموعة (أ) بينما يعمل الطالبان الآخران على المجموعة (ب) والمعطاة أدناه :

المجموعة أ:

$$س + ٣ص - ٢هـ = ٥$$
$$٣س + ٥ص + ٦هـ = ٧$$
$$٢س + ٤ص + ٣هـ = ٨$$

المجموعة ب:

$$س^{٢} + ص^{٢} = ١٠$$
$$٢س + ص = ١$$

عندما تكون مقتنعاً بحلك، ناقش طريقة اختيارك لطريقة الحل مع الطالبين الآخرين من المجموعة.

- لماذا اخترت هذه الطريقة المعينة للحل؟
- هل قمتم باختيار نفس الطريقة؟

لاحظ أنه ربما ليست هناك إجابة دقيقه لتحديد أفضل طريقة للحل.

٣. اعمل في هذا النشاط من خلال مجموعة مكونة من أربع أشخاص بحيث يقوم طالبان من المجموعة بحل المجموعة (ج) بينما يقوم الطالبان الآخران بحل المجموعة (د). لا تحاول عمل تقريب لنتائج حساباتك خلال الحل.

المجموعة ج:

$$س + ٠,٩٩٩٩٩ ص = ٢,٩٩٩٩٩$$
$$٠,٩٩٩٩٩س + ص = ٢,٩٩٩٩٨$$

المجموعة د:

$$س - ١,٠٠٠٠١ ص = ٢,٩٩٩٩٩$$
$$٠,٩٩٩٩٩س + ص = ٢,٩٩٩٩٨$$

قارن الحلول التي حصلت عليها مع زميليك الآخرين في المجموعة.

- ماذا تلاحظ ؟

فكر في التمثيل البياني لكل معادلة خطية .

- ما هي ملاحظاتك على ميل كل مستقيم ؟
- ما هي ملاحظاتك على تقاطع المستقيم مع محور الصادات ؟

قم الآن بتمثيل كل واحد من المستقيمين بيانياً ومن ثم قم بعمل شرح ومقارنة بين حل النظام بطريقة التمثيل البياني و بين الحل الجبري الذي حصلت عليه.

- ما الذي ستطيع رؤيته على التمثيل البياني؟
- ما أسباب حدوث ذلك؟

قم الآن بتوسع أكبر ، و ذلك بتمثيل المعادتين س + ص = ١ و أ س + ب ص = ١ بيانياً.
الآن قم بتغيير قيمة كل من (أ) و (ب) بحيث تكونان قريبتان من القيمة ١. اشرح الحلول التي حصلت عليها في هذ السؤال.

٤. طريقة غاوس للحذف

يمكن حل نظام معادلات خطية باستعمال طريقة غاوس للحذف وذلك بتحويل نظام المعادلات إلى شكل مختصر يشبه المثلث، ثم استعمال التعويض العكسي لإيجاد مجموعة الحلول الدقيقة

نحتاج في هذا السؤال كلاً مما يلي :

- مجموعة واحدة من البطاقات والموجودة في ورقة عمل المصادر رقم (١).
- قطعة كبيرة من الورق (على الأقل مقاس A2)
- أقلام تلوين وغراء لاصق

قُص البطاقات، ثم قم بإلصاقها على ورقة A2 وفق الترتيب الصحيح لخطوات طريقة غاوس.
قم بإضافة ملاحظات حول كل خطوة. انتقل بين المجموعات وناقش ملاحظاتهم.

النشاط الثاني :
كم عدد الحلول ؟

١. حاول أن تجد حلاً لكل مجموعة من المعادلات الخطية. يمكنك استعمال الطريقة التي تناسبك و لكن تحتاج إلى التفكير في أسباب اختيارك لتلك الطريقة.

المجموعة أ:

$$٤س + ٨ص = ٢٤$$
$$٢س + ٤ص = ٦$$

المجموعة ب :

$$\frac{٣}{٤} س + ٣ص = \frac{٩}{٢}$$
$$\frac{٣}{٢} س + ٦ص - ٩ = ٠$$

ماذا تلاحظ ؟ هل تستطيع شرح ذلك ؟

٢. هل جميع أنظمة المعادلات يوجد لها حل؟ حدد الأنظمة التي لها حل والتي ليس لها حل.
استخدم الأمثلة التي مررت بها للإجابة على السؤال أو قم بعمل بعض الأمثلة من عندك و ذلك لعمل بعض التعميم .

ما هي الخصائص التي تتصف بها الأنظمة المختلفة والتي لها تأثير على الحل ؟

٣. أوجد حل النظام التالي:

$$أ ب = ١$$
$$ب جـ = ٢$$
$$جـ د = ٣$$
$$دهـ = ٤$$
$$هـ أ = ٦$$

خمس معادلات تحوي خمسة متغيرات !
هل تعتقد بوجود حل وحيد للنظام ؟
قبل أن تبدأ حل النظام، ناقش مع زملائك في المجموعة كيفية حل النظام و بطريقة فعالة قدر الإمكان.

"موهبة .. حيث تنتمي"

٤. تحتاج في هذه المهمة إلى العمل مع زميلك في الفصل . كذلك تحتاج إلى مقص و عدة قطع من الورق المقوى .
ناقش الملاحظة التالية :
« في الرياضيات تعودت العمل على معادلات ذات بعدين (إحداثي سيني و إحداثي صادي) و سيكون شكل المعادلة على النحو التالي أ س + ب ص = جـ والتي تصف مستقيماً.
الآن سنضيف إحداثي ثالث للمعادلة (الإحداثي هـ) لتصبح صيغة المعادلة على الشكل
أ س + ب ص + جـ هـ = د والتي تصف مستوى في الفراغ . يمكنك وصف المستوى بإستخدام قطعة من الورق المقوى .
يمكن لمستويين أن يتقاطعا أو لا يتقاطعا و إذا تقاطعا فبعدة طرق .

- خذ قطعتين من الورق المقوى لتمثلا مستويين معرفين بمعادلات . حاول إيجاد عدة طرق يمكن للمستويين أن يتقاطعا فيها. اكتب ملاحظاتك على تلك الطرق المختلفة.
- الآن خذ بطاقة أخرى و بين كيف يمكن أن تتقاطع المستويات الثلاثة بطرق مختلفة.
- هل من الممكن للمستويات الثلاثة أن تتقاطع في نقطة واحدة؟ إذا كان كذلك ، فاشرح مستخدماً القطع الثلاث من الورق المقوى.

٥. في كل من الأسئلة التالية قم بقراءة وتنظيم المعلومات المعطاة وكذلك قم بتعيين المتغيرين للقيم المجهولة.
اكتب معادلتين خطيتين باستخدام المتغيرين و من ثم أوجد حل النظام. اختبر الحل الذي توصلت إليه ثم اكتب استنتاجاتك من خلال سياق المسألة.

١ـ يذهب عبد الإله لصيد السمك على متن قاربه . و قد كانت رحلته النهرية للصيد بعكس اتجاه التيار وبأقصى سرعة وكانت المسافة المقطوعة ٣٦ ميلاً بزمن قدره ساعتين. و كانت رحلة العودة باتجاه التيار و بأقصى سرعة قد استغرقت مدة ساعة ونصف . أوجد سرعة القارب وكذلك سرعة التيار .

٢ـ في أحد المحال، كانت تكلفة تحضير ٢ كوب من الكابتشينو و ٣ أكواب من القهوة بالحليب ١٠,٩٥ ريالات، وتكلفة الكوب الواحد من الكابتشينو و ٢ كوب من القهوة بالحليب ٦,٩٥ ريالات. فما تكلفة تحضير الكوب الواحد من كل نوع ؟

٣ـ يوجد في مطعم عبدالإله طاولات تتسع لشخصين وكذلك طاولات تتسع لأربعة أشخاص .
فإذا كان في المطعم ٢٠ طاولة وكان عدد الأشخاص الذين يمكن إجلاسهم ٦٦ شخصاً . فكم عدد الطاولات الموجودة من كل نوع ؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الوحدة السادسة

كثيرات الحدود

حول هذه الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة:

- فهم كيفية ارتباط القطع المكافئ بمعادلته
- فهم كيفية ارتباط درجة دالة كثيرة الحدود بشكلها
- فهم العلاقة بين العوامل والجذور لكثيرة الحدود عن طريق التمثيل البياني

النشاط الأول:

دراسة القطع المكافئ

١. اعمل مع زميلك على دراسة كل من معادلات القطع المكافئ التالية من حيث ارتباطها بالتمثيل البياني مع الأخذ في الإعتبار كل مما يلي:

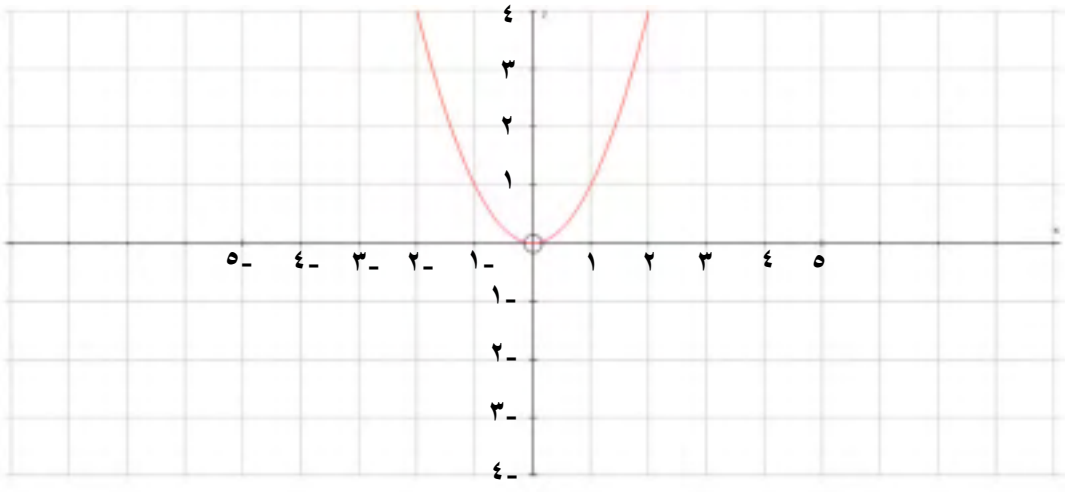
- ما هو وجه التشابه بين هذه التمثيلات البيانية؟
- هل هناك أي من هذه التمثيلات البيانية مختلفة عن البقية؟
- ما هو وجه الاختلاف؟
- كيف يمكن ربط التمثيل البياني بمعادلته؟

استخدم معرفتك السابقة للقطع المكافئ وأوجد خط التماثل لكل من القطوع المكافئة ومن ثم أوجد جذور كل من المعادلات التربيعية.

قم بصياغة فرضية حول تأثير المعاملات و الثوابت في المعادلة على شكل التمثيل البياني للقطع مكافئ .

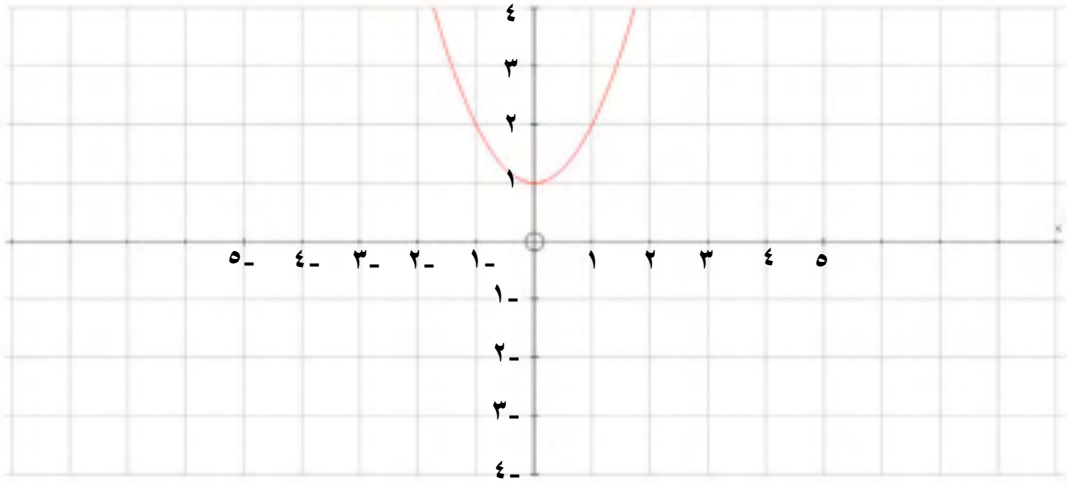
انضم إلى زميلين آخرين و قارن معهما فرضيتك.

ص = س^{٢}

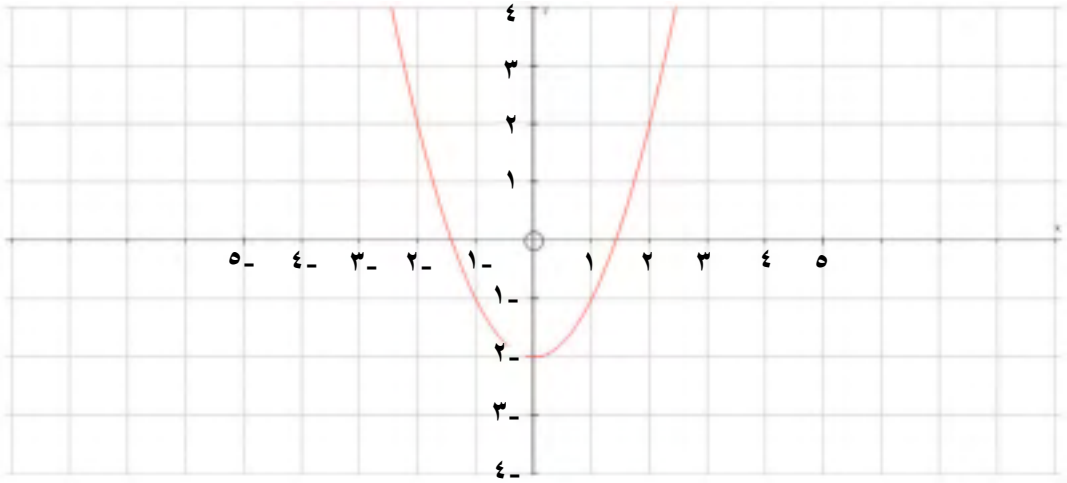


مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

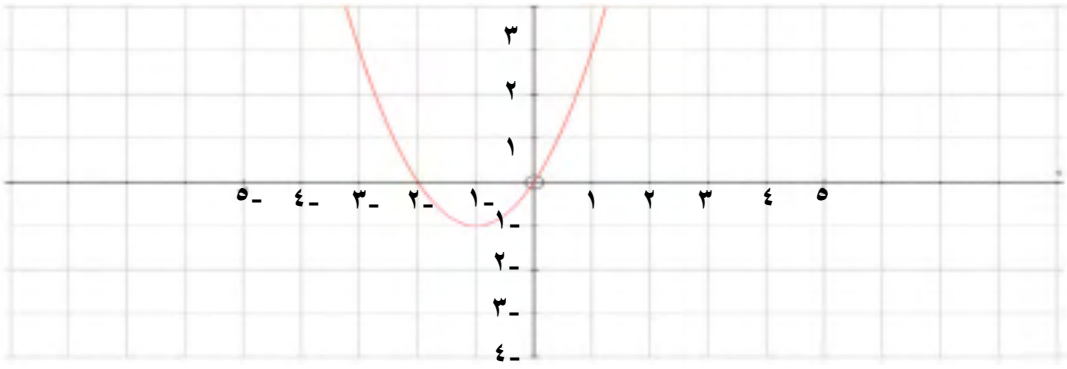
ص = س^{٢} + ١



ص = س^{٢} – ٢

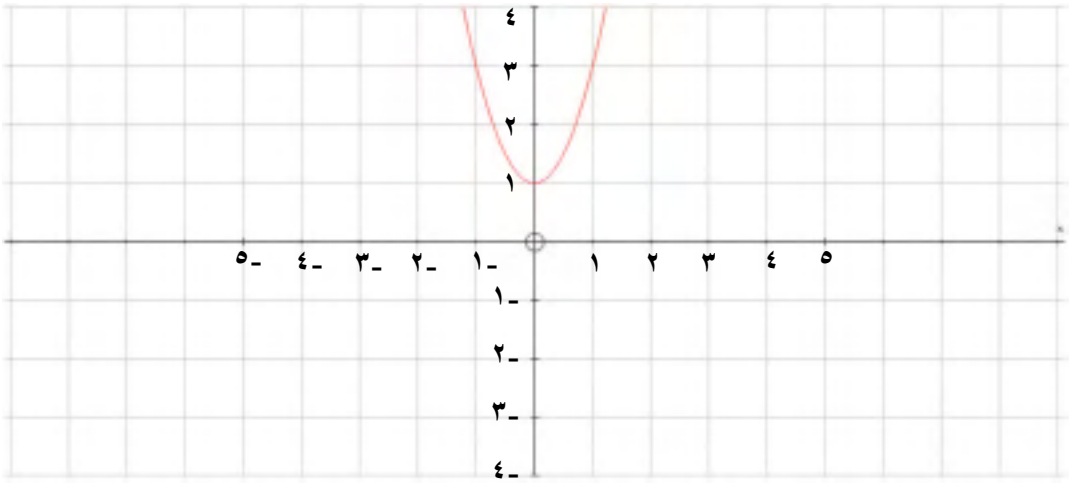


ص = س^{٢} + ٢س

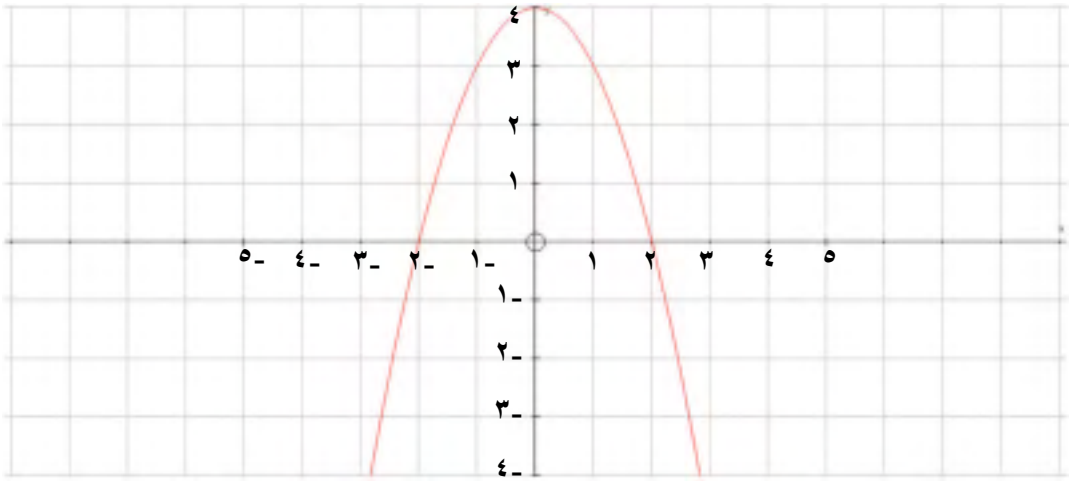


"موهبة .. حيث تنتمي"

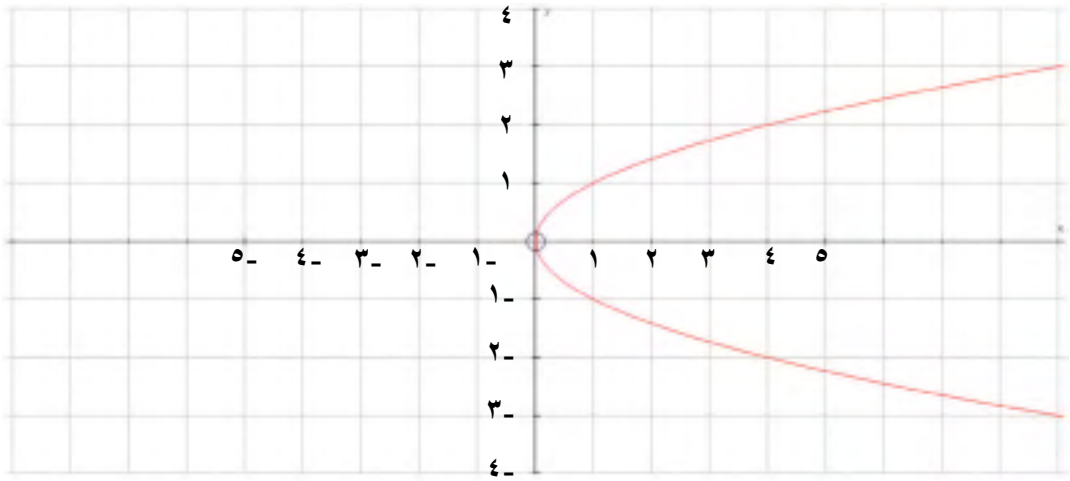
ص = ٢س^{٢} + ١



ص = ٤ – س^{٢}



ص^{٢} = س



مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٢. استخدم النتائج التي حصلت عليها في السؤال السابق لإيضاح فرضيتك حول تأثير المعاملات و الثوابت في المعادلة على التمثيل البياني للقطع المكافئ.

- قم بعمل خطة لاختبار هذه الفرضيات.
- يمكنك القيام بالاختبار وذلك باستخدام إحدى برامج التمثيل البياني المعروفة مثل برنامج جيو جبرا أو باستخدام الحاسبة البيانية.
- قم بتحسين فرضيتك بعد الاختبارات التي أجريتها.
- قم بتصميم وعرض لوحة وذلك لمساعدة الطلاب الآخرين على فهم وتذكر تأثير التغيير في القيم أ ، ب ، جـ في الشكل العام لمعادلة الدرجة الثانية ص = أ س^{٢} + ب س + جـ .

لكي تقوم بعمل عرضك الخاص للوحة، تحتاج إلى إعداد بعض الملاحظات الشخصية وذلك حتى تتمكن من توضيح ما يلي:

- طريقة انتهاجك للمهمة
- طريقة تصميمك للوحة
- أسباب اختيارك لهذا التصميم

٣. أنظر إلى صورة النافورة أدناه :

استخدم الصورة وأحد برامج التمثيل البياني لعمل نموذج لمسار ماء النافورة باستخدام معادلة القطع المكافئ.

- ما مدى ملائمة النموذج ؟
- هل توجد حدود معينة لهذا النموذج؟

٤. إن أول شخص قام بحل معادلة الدرجة الثانية (على سبيل المثال س^{٢} + ٣س + ٢ = ٠) هو العالم محمد بن موسى الخوارزمي. يمكنك استخدام الإنترنت للإطلاع على بعض من إنجازاته. فعلى سبيل المثال يمكنك الرجوع إلى الرابط:
http://en.wikipedia.org/wiki/Mu%E1%B8%A5ammad_ibn_M%C5%ABs%C481%_al-Khw%C481%rizm%C4%AB
من المؤكد أنك ستكون قادراً على إيجاد العديد من المعلومات الأخرى على هذه الروابط.
قم باختيار أحد المواضيع التي تناولها العالم محمد بن موسى الخوارزمي و من ثم قم بعمل ملخص لذلك و صفه لزملائك.
يجب أن يحتوي الملخص على كل مما يلي:

- الموضوعات الرياضية التي تم تطويرها و متى كان ذلك.
- وصف لتلك الموضوعات الرياضية.
- تأثير تلك الموضوعات الرياضية على كيفية وصفها في الوقت الحاضر.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثاني :
استكشاف التمثيلات البيانية للمعادلات التكعيبية وما بعدها

١. الصورة العامة للمعادلة التكعيبية هي ص = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د و تسمى أيضاً كثيرة حدود من الدرجة الثالثة .
استخدم معرفتك السابقة لمعرفة ما تعنيه كلمة كثيرة حدود وكذلك وصف كلمة الدرجة الثالثة.
- منذ متى تم استخدام مصطلحي كلمة "كثيرة حدود" و "درجة" في الرياضيات على وجه التقريب؟

من خلال العمل مع مجموعتك، قم بتمثيل العديد من المعادلات التكعيبية بيانياً وذلك باستخدام أحد برامج التمثيل البياني أو باستخدام الحاسبة البيانية.
بعد ذلك قم بطباعة المعادلات وتمثيلاتها البيانية على ورق وقارن هذه التمثيلات البيانية مع أعمال طلاب مجموعتك.
للمساعدة يمكنك إهمال مواقع الإحداثيات ومناقشة الشكل العام لتلك المنحنيات.
- ما هو وجه التشابه بين كل هذه المنحنيات؟
- هل شكل أي من هذه المنحنيات مختلف عن البقية؟

الآن قم بتصنيف أنواع هذه المنحنيات ويمكنك استخدام برنامج تمثيل بياني وذلك لعمل المزيد من الأمثلة لتدعيم ذلك؟

٢. قارن بين التمثيلات البيانية التي قمت بعملها في هذا النشاط مع تلك الموجودة في النشاط الأول.
- ما هي أوجه التشابه و الاختلاف بين التمثيلات البيانية للمعادلات التكعيبية والمعادلات التربيعية؟

من خلال العمل مع مجموعتك قم بتلخيص أوجه التشابه و الاختلاف بين التمثيلات البيانية للمعادلات التكعيبية والمعادلات التربيعية.
قم بتقديم نتائجك بطريقة يستطيع من خلالها المعلم التأكد من مدى فهم المجموعة للموضوع.

٣. قم بصياغة فرضيتك حول شكل منحنى كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة.
اختبر فرضيتك من خلال استخدام احد برامج التمثيل البياني (مثل جيو جبرا) أو حاسبة بيانية.

٤. قم بتوسيع نطاق فرضيتك لتشمل منحنيات صيغ أعم لكثيرات حدود من الشكل ص = أ س^{ن} ، حيث ن هو عدد صحيح موجب .
اختبر وعدل فرضيتك باستخدام احد برامج التمثيل البياني. تحتاج الآن إلى عمل تصنيف بالاعتماد على الخصائص التالية:
- قيمة العدد ن.
- معامل س^{ن} (هل هو موجب أو سالب ؟)
- العلاقة بين العدد ن وعدد نقاط التحول الممكنة.

بعد التثبّت من فرضيتك، يمكنك الانتقال إلى أشكال أكثر تعقيداً من كثيرات الحدود من الدرجة ن. يمكنك التفكير في استخدام التحويلات فهذا توسع يمكنك التعامل معه . فعلى سبيل المثال :
- كيف يمكن ربط كثيرة الحدود ص = (س + ب)^{ن} بكثيرة الحدود ص = س^{ن} ؟
- كيف يمكن ربط كثيرة الحدود ص = س ^{ن} + جـ بكثيرة الحدود ص = س^{ن} ؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

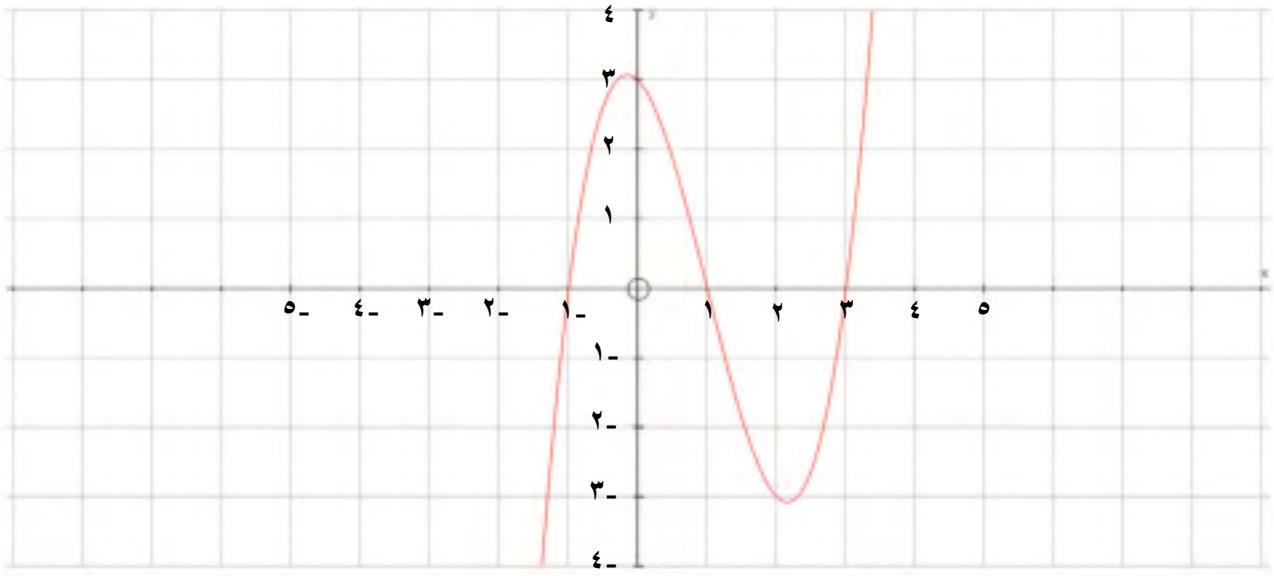
النشاط الثالث :
دراسة الجذور والعوامل

١. الجذر الحقيقي للدالة هو قيمة المتغير س والتي تجعل قيمة الدالة تساوي صفراً، وهذا يعني أيضاً قيمة الإحداثي السيني للنقطة الواقعة عند تقاطع المنحنى مع المحور السيني.
استعمل التمثيلات البيانية في النشاطين ١ ، ٢ لتضع فرضية حول العلاقة بين عدد الجذور و درجة كثيرة الحدود.
من المحتمل أن تكون قد أضفت ذلك للتصنيفات في السؤال الرابع من النشاط الثاني. وإذا لم تضفها، فيمكنك اختبار فرضيتك عن الجذور بفحص التمثيلات البيانية السابقة التي قمت برسمها.

٢. إن كتابة المعادلة التربيعية بالشكل التحليلي سوف يساعد كثيراً في تمثيلها بيانياً.
مثّل كل من المعادلات التالية بيانياً:
ص = (س – ١)(س + ٣)
ص = (س – ٥)(س + ٢)
ص = س(س + ٢)
ص = (٢ + س)(١ – س)

من خلال مجموعتك قم بإنشاء سلسلة من التعليمات حول شرح كيفية تمثيل الدوال التربيعية في حال كتابتها بالشكل التحليلي.

٣.



استخدام الأدلة المستمدة من التمثيل البياني لمساعدتك في إيجاد معادلة المنحنى الظاهر.

"موهبة .. حيث تنتمي"

٤. قم بعمل تمثيل بياني لكثيرة حدود من عندك وأعطه لمجموعة أخرى بدون ذكر معادلة كثيرة الحدود. مهمة المجموعة هي إعطاء أكبر تفاصيل ممكنة عن معادلة كثيرة الحدود المجهولة لهم.
يسمح للمجموعة أن تسأل ثلاث أسئلة فقط لمساعدتهم على إيجاد المعادلة على أن تكون إجابتك بنعم أو بلا، لذا عليهم التفكير بعمق فيما يسألونه.

الوحدة السابعة

التحليل إلى العوامل والمعادلات التربيعية

حول هذه الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- فهم العلاقة بين جذور المعادلة التربيعية وعوامل العبارة الجبرية المرتبطة بها.
- اكتشاف بعض الخصائص الهندسية للقطع المكافئ.
- ربط القطع المكافئ بعائلة من المنحنيات معروفة باسم القطوع المخروطية.

النشاط الأول :
مطابقة العوامل

١. انظر إلى الجمل الرياضية أدناه وقم بتسجيل ملاحظتك حول ما إذا كانت هذه الجمل صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم خاطئة دائماً.

١- $س^{٢} + ٣س + ٢ = ٠$
٢- $س^{٢} + ٣س = س(س + ٣)$
٣- $٥س - س^{٢} = س(٥ - س)$
٤- $س^{٢} + ٤س + ٣ = س + ١$
٥- $س^{٢} + ٥س + ٦ = (س + ٣)(س + ٢)$
٦- $س^{٢} - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$
٧- $٢س + س = ٣س$
٨- $س^{٢} + ١٦ = (س + ٤)^{٢}$
٩- $س^{٢} + ٦س + ٥ = (س + ٣)^{٢} + ٤$
١٠- $٢س^{٢} = (٢س)^{٢}$

الرمز ≠ يعني عدم المساواة. أعد كتابة الجمل الرياضية التي تكون دائماً خاطئة باستخدام الرمز ≠ .
يستخدم الرمز ≡ للدلالة على أن العبارتين متطابقتين، ويسمى رمز التطابق. وهذا يعني أن العبارتين متساويتين لجميع قيم س.
أعد صياغة الجمل الرياضية التي تكون صحيحة دائماً مستخدماً الرمز ≡.

اختر أحد الجمل الرياضية التي أعدت كتابتها باستعمال أحد الرمزين وقم بعمل موجز مبسط ومختصر (ليس أكثر من دقيقة واحدة) عن سبب إعادة كتابتك للجملة الرياضية مستخدماً الرمز الجديد.
استخدم كلمات ورسوم وأعطِ مثالاً عددياً في ملخصك. اختر زميل لك وقدّما مُوجَزَيْكما لبعضكما البعض.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٢. سوف تحتاج إلى تقطيع مجموعة من البطاقات الموجودة في ورقة عمل المصادر رقم (١).
من خلال مجموعتك ، قم بترتيب البطاقات وطابقها مع أزواج العوامل. قم بتعيين شخص من المجموعة لمراقبة النشاط و تدوين جميع الأدلة التي ستستخدم لاتخاذ قرارات المجموعة.
إن الشخص الذي قام بتصميم البطاقات قد ارتكب خطأ ما وبعض البطاقات غير متطابق، ما هو الخطأ الذي تم عمله؟

النشاط الثاني :
حل معادلات تم تحليلها

١. استخدم برنامج تمثيل بياني مثل جيوجبرا لتمثيل الدوال التالية بيانياً ص = س + ١، ص = س + ٣،
ص = (س + ١)(س + ٣) على نفس المستوى الإحداثي.
- ما الذي تلاحظه؟ ما هو مدى ارتباط هذه الدوال ببعضها البعض؟ قم بعمل تعميم تعتقد أنه يصلح لمجموعة الدوال هذه.

وضح التعميم الخاص بك من خلال كتابتك معادلات تربيعية إضافية في صيغة تحليلية.
مثّل هذه الدوال بيانياً واشرح طبيعة هذه العلاقات.

٢. اشرح مدى أهميه الجملة التالية:
"إذا كان حاصل ضرب عددين يساوي صفر فلا بد أن أحد العددين أو كلاهما يساوي صفر "
- هل يمكنك الحصول على عددين غير صفريين وحاصل ضربهما يساوي صفر ؟
- كيف من الممكن لهذه الحقيقة أن تساعدك على حل المعادلة س^{٢} + ٦س +٥ = ٠؟

أنت تتعلم الآن أن للصفر وضع خاص في التركيبة الرياضية. وللمزيد من المعلومات حول أهمية الصفر، يمكنك الدخول إلى الإنترنت لمزيد من المعرفة وذلك من خلال الرابط:
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Zero.html
قم بتدوين بعض الملاحظات و شارك بها زميلك.

٣. من خلال مجموعتك، استخدم أزواجاً من العوامل الخطية التالية س، س + ١، س – ١، س + ٢ ، س – ٢ لتكوين أكبر عدد ممكن من العبارات التربيعية المختلفة ومن ثم كتابة الناتج عل الشكل س^{٢} + ب س + جـ. تأكد من كتابة جميع العبارات التربيعية المحتملة .
- استخدم برنامج التمثيل البياني لتمثيل المعادلة ص = س^{٢} – س – ١ بيانياً. ما هي جذور هذه المعادلة ؟ ما هي العوامل؟ هل يمكنك ايجاد زوج من العوامل بحيث أن حاصل ضربهما هو س^{٢} – س – ١؟
- ما هو مدى ارتباط هذه العوامل مع النسبة الذهبية؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث :
حل المعادلات التربيعية

١.

$$س^{٢} + ٦س - ١٠ = ٠$$
$$س^{٢} + ٤س - ١ = ٠$$
$$س^{٢} - ٥س - ٧ = ٠$$
$$س^{٢} - ٢س - ٢ = ٠$$

من خلال العمل في مجموعات مكونة من أربع طلاب، ليختر كل طالب في المجموعة واحدة من المعادلات أعلاه.

- قم بإكمال المربع و من ثم أوجد الحلول (اجعل الحلول بشكل جذري)
- قارن نتائجك بنتائج مجموعة أخرى.
- استعمل ملاحظاتك لإيجاد قاعدة لحل المعادلة $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$.

٢. قم بتوسيع نطاق ما توصلت إليه من نتائج في المهمة السابقة ليتم إنشاء سلسلة من الحجج المنطقية التي توضح صيغة حل المعادلة التربيعية العامة على الصورة

$$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$$

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع :
دراسة القطع المكافئ ومنحنيات أخرى

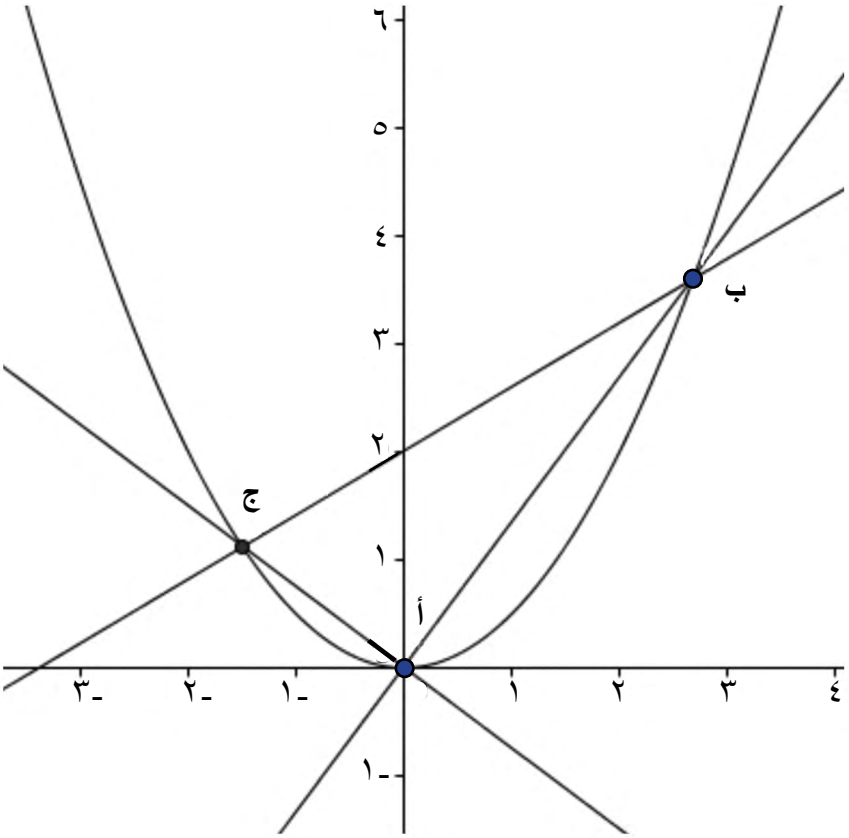
نقدم الآن تعريف مبسط للقطع المكافئ في شكل مجموعة من النقاط:
"القطع المكافئ هو مجموعة النقاط التي تبعد بمقدار متساوي عن مستقيم ثابت (يسمى الدليل) و كذلك عن نقطة ثابتة غير واقعة على المستقيم (تسمى البؤرة)".

١. استخدام أدوات رسم عملية مثل المسطرة ومثلث الرسم بالإضافة إلى شريط لاصق ودبابيس لإظهار التمثيل البياني التقريبي لمنحنى القطع المكافئ بناءاً على التعريف المذكور أعلاه.

٢. التمثيل البياني للمنحنى ص^{٢} = ٤س هو قطع مكافئ.
باستخدام برنامج تمثيل بياني مثل جيوجبرا، قم بتمثيل المنحنى ص^{٢} = ٤س بيانياً. ضع نقطة ولتكن أ على (١، ٠) وكذلك نقطة أخرى ولتكن م على مكان آخر على منحنى القطع المكافئ.
الآن قم برسم سهم من أ إلى م على القطع المكافئ. تخيل أن القطع المكافئ هو عبارة عن مرآة و أن السهم هو عبارة عن شعاع ضوئي.
كيف يكون انعكاس هذا الشعاع في المرآة ؟
يمكنك عمل ذلك باستخدام برنامج التمثيل البياني جيوجبرا وذلك عن طريق بناء يشمل رسم المماسات والخطوط العمودية عند النقطة م.
الآن قم بتحريك النقطة م على القطع المكافئ. ماذا تلاحظ على الأشعة المنعكسة ؟
هذه الخاصية للقطع المكافئ لها عدة استخدامات.
قم بدراسة استخدامها في كل من التالي : أطباق الأقمار الصناعية ، الفلاش الضوئي، التلسكوب الراديوي، ألواح الطاقة الشمسية. يمكنك إضافة الكثير من التطبيقات إلى القائمة السابقة.
اختر أحد هذه الاستخدامات و قم بعمل شرح له مستخدماً الكلمات والتمثيلات البيانية لزملائك في المجموعة.

٣. استخدام برنامج تمثيل بياني مثل جيوجبرا لتمثيل المنحنى ص = أ س^{٢}بيانياً. من خلال مجموعتك، قم بإختيار قيم مختلفة للعدد أ. ضع النقطة أ (٠, ٠) على المنحنى وقم باختيار نقطة عشوائية ب واقعة على القطع المكافئ. أنشئ الآن القطعة المستقيمة أ ب والتي تصل النقطتين أ ، ب. قم برسم مستقيم عمودي على القطعة المستقيمة و يمر بالنقطة أ. نرمز الآن إلى نقطة تقاطع المستقيم مع المنحنى بالرمز ج. قم بوصل النقطتين ب و ج لتحصل على مثلث قائم الزاوية كما هو موضح في الشكل أدناه.

"موهبة .. حيث تنتمي"



قم بتحريك النقطة ب على طول المنحنى و راقب الوتر ب ج. ماذا تلاحظ؟
شارك النتائج التي حصلت عليها مع مجموعتك وقم بصياغة فرضيتك حول الوتر في المثلث الذي قمت برسمه.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٤. انظر إلى الشكل التالي :

قم بعمل تصور لكل مما يلي:

- تخيل مخروطاً مصنوعاً من الصلصال.
- تخيل أن المخروط تم قطعه إلى قسمين باستخدام سكين.
- تخيل أن المخروط تم فصله بعد ذلك إلى قسمين وقد تم تفحُّص الوجهين الجديدين.

قم برسم الشكل الذي تعتقد أنك ستراه من تلك الوجوه الجديدة. قارن و شارك زميلك فيما حصلت عليه من نتائج.
من المحتمل أن تكون الصور التي تخيلتها مختلفة عن زميلك وذلك يعتمد على الزاوية التي تخيلت فيها السكين يقطع بها المخروط.

- ما هي الأشكال المختلفة التي يمكنك تكوينها على الأوجه الجديدة؟

تسمى هذه الأشكال القطوع المخروطية ولها العديد من الخصائص المثيرة للإهتمام. تأكد من الأشكال التي حصلت عليها باستخدام الصلصال والسكين.
أكتب ملخصاً موجزاً باستخدام الكلمات والأشكال لشرح ما توصلت إليه.

الوحدة الثامنة

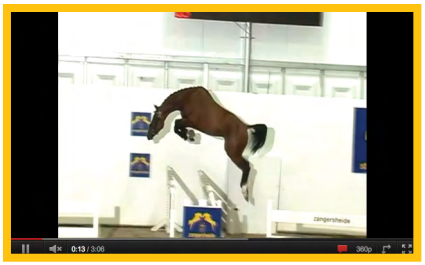
الدوال التربيعية والأُسيّة

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الأهداف التعلمية للوحدة

- استخدام الحجج الرياضية لتبرير خصائص الدوال التربيعية والأُسيّة
- إدراك وتفسير التمثيلات البيانية للدوال التربيعية والأسيّة والتي تمثل لحالات واقعية مختلفة بما في ذلك المجالات المتعلقة بالعلوم.
- التأمل في استخدام هذه العلاقات كنموذجٍ لمواقف حياتية.

النشاط الأول :
بناء نموذج لمسار



١. شاهد بعناية مقطع الفيديو لقفز الحصان و الموجد على الرابط
http://www.youtube.com/watch?v=jwFFZj6zICI

قم بالعمل مع زميلك على مناقشة كيفية رسم المسار الذي اتخذه الحصان أثناء قفزه.

- ما نوع الدالة الرياضية التي يمكنك استخدامها كنموذج لمسار الحركة؟
- قم بتحديد سؤال أو سؤالين رئيسيين ستحتاج لمعالجتهما وذلك لإيجاد بعض التفاصيل عن المعادلة التي تطابق هذا المسار.

شاهد مقطع الفيديو مرة أخرى و في هذه المرة قم بتدوين تفاصيل أكثر أو أسئلة أخرى إضافية لطرحها.
انضم إلى زميلين آخرين و شاركهما أفكارك المبدئية.

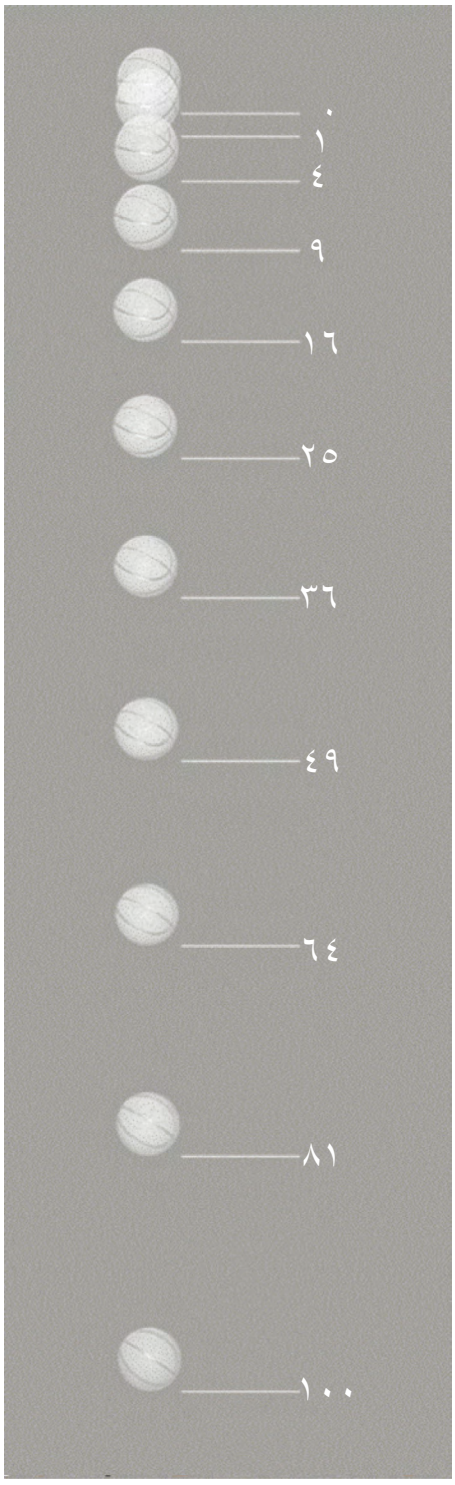
الآن انضم إلى زميلك مرة أخرى و ذلك لإنشاء المعادلة العامة لمسار الحصان. لا تنس أن تفكر في المحور الإحداثي و كذلك في وحدات القياس التي ستستخدمها. قم برسم المسار بحيث انه يمكنك مطابقتها على الشاشة من خلال مقطع الفيديو . كيف ستبدو معادلة المسار؟

ما الفرضيات التي تحتاجها لكتابة المعادلة؟ فعلى سبيل المثال أي جزء من الحصان سوف تركز عليه؟
إنضم إلى زميلين لك في الفصل وقارن هذه الرسومات مع مقطع الفيديو.

قم الآن بتقييم الرسومات المختلفة و أختر أفضلها و من ثم اشرح أسباب ذلك.

٢.

الشكل (٢): مسار الكرة



سمح لجسم ثابت في البداية بالسقوط بحرية بفعل الجاذبية بحيث أن المسافة التي سقطها تتناسب طردياً مع مربع الزمن المنقضي. يوضح الشكل المجاور مسار السقوط في ٢٠ فترة في الثانية الواحدة.

خلال أول $\frac{١}{٢٠}$ جزء من الثانية يسقط الجسم مسافة وحدة واحدة (الوحدة الواحدة هنا تكافئ ١٢ ملم) , وفي خلال $\frac{٢}{٢٠}$ تكون المسافة

٤ وحدات ، وفي خلال $\frac{٣}{٢٠}$ تكون المسافة ٩ وحدات وهكذا .

يتم العمل على هذه المهمة من خلال مجموعة مكونة من طالبين، حيث يقوم احد الطالبين بالنظر إلى الشكل المعطى والذي يصف سقوط كرة بشكل حر إلى الأرض. أنظر إلى الشكل واستخدم كلماتك الخاصة لتصف الحركة لزميلك. سوف لن ينظر زميلك إلى الشكل المُعطى ولكن عليه أن يقوم برسم المسافة المقطوعة للكرة من نقطة البداية خلال الزمن وذلك من خلال الوصف المعطى له.

قارن الآن بين الشكل المُعطى والرسم الذي قام زميلك برسمه من خلال التالي:

- ما هو نوع التمثيل البياني الذي تم رسمه؟
- هل يوافق كل منكما على ما تم رسمه وأنه أفضل مسار للحركة بالنسبة للزمن؟
- ما هي الفرضيات التي قمت باستخدامها وما نوع الأسئلة التي تريد طرحها؟

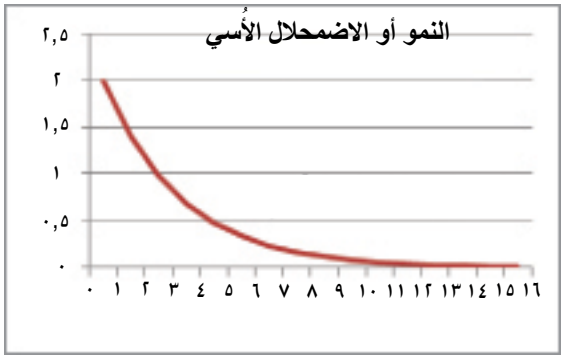
مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الثاني :
النمو أو الاضمحلال

١. النمو أو الاضمحلال الأُسي

أ	ب	س	د(س) = أ(ب)^{س}	$\frac{د(س_ن)}{د(س_{ن-١})}$
٢	٠,٧	٠	٢	
٢	٠,٧	١	١,٤	٠,٧
٢	٠,٧	٢	٠,٩٨	٠,٧
٢	٠,٧	٣	٠,٦٨٦	٠,٧
٢	٠,٧	٤	٠,٤٨٠٢	٠,٧
٢	٠,٧	٥	٠,٣٣٦١٤	٠,٧
٢	٠,٧	٦	٠,٢٣٥٢٩٨	٠,٧
٢	٠,٧	٧	٠,١٦٤٧٠٨٦	٠,٧
٢	٠,٧	٨	٠,١١٥٢٩٦٠٢	٠,٧
٢	٠,٧	٩	٠,٠٨٠٧٠٧٢٢	٠,٧
٢	٠,٧	١٠	٠,٠٥٦٤٩٥٠٦	٠,٧
٢	٠,٧	١١	٠,٠٣٩٥٤٦٥٤	٠,٧
٢	٠,٧	١٢	٠,٠٢٧٦٨٢٥٨	٠,٧
٢	٠,٧	١٣	٠,٠١٩٣٧٧٨	٠,٧
٢	٠,٧	١٤	٠,٠١٣٥٦٤٤٦	٠,٧
٢	٠,٧	١٥	٠,٠٠٩٤٩٥١٢	٠,٧

الشكل (٣)



في هذا السؤال تحتاج إلى استخدام جهاز الحاسوب لعمل الجدول الإلكتروني المُعطى.
تفاعل الآن مع هذه الجداول الالكترونية وقم بالتحضير للإجابة على الأسئلة التالية (لاحظ أنك بحاجة لتغيير قيمة أ أو ب ليكون هناك تأثير على العمود بأكمله):

- ما هو تأثير تغيير قيمة أ على التمثيل البياني للمعادلة د(س) = أ (ب)^{س}؟
- ما هو تأثير تغيير قيمة ب على التمثيل البياني للمعادلة د(س) = أ (ب)^{س} ؟
- ما الذي تستطيع استنتاجه من العمود الأخير حول النسبة بين القيم المتتالية للدالة د(س)؟

أكتب بعض القوانين و التي من الممكن أن تساعدك على توقع شكل المنحنى للدالة د(س) = أ (ب)^{س}.

٢. اعمل من خلال مجموعة صغيرة على دراسة الزيادة في انبعاث غاز ثاني أكسيد الكربون (CO_2)منذ عام ١٨٢٠م والظاهر في التمثيل البياني المتوفر على الموقع الالكتروني http://www.gapminder.org/world/ .
اختر أحد السنين (من خلال أخذ لقطة للشاشة) من هذا التمثيل البياني حول انبعاث غاز ثاني أكسيد الكربون وقم بعمل مقال في مجلة المدرسة عن ذلك. وتحتاج لهذا كل مما يلي:

- اختر عنوان لمقالتك.
- اختر عنوان للصورة.
- قدم شرح مكون من ست نقاط أساسية. هذه النقاط يجب أن تلخص الخصائص الأساسية التي يظهرها الرسم. لا تنس استخدام لغة رياضية دقيقة.

شارك العمل الذي قمت به مع مجموعة ثنائية أخرى من الطلاب، و بناءاً على مناقشتك قم بتحسين النقاط الرئيسية التي توصلت لها.

"موهبة .. حيث تنتمي"

٣. انظر إلى التمثيل البياني النهائي والذي يُبين انبعاث غاز ثاني أكسيد الكربون (CO_2) عام ٢٠٠٦م . قم بتخطيط كيف يمكنك عمل نموذج لسلوك المتغيرات على التمثيل البياني . تذكر أن البيانات الموجودة هي حقيقية وهي ليست بالشكل المبسط لكي تكون تمرين للطلاب. يمكنك الاستفسار عما يلي:

- هل من الممكن إيجاد معادلة منحنى يمثل هذه البيانات بطريقة تقريبية؟
- ما نوع هذا المنحنى؟
- ما هي المتغيرات؟
- ما هي وحدات القياس؟
- كيف يمكن للمنحنى أن يساعدك على تفسير البيانات؟
- هل حجم النقاط (الدوائر الملونة) يؤثر على طبيعة المنحنى؟
- هل كل النقاط (تقريباً) تقع على المنحنى؟

٤. هل يظهر لك أي علاقة سببية قوية بين المتغيرين الموضحين في التمثيل البياني السابق؟ كيف من الممكن تحسين أو تبرير إجابتك؟

قم بتدوين بعض الملاحظات عن أفكارك ومن ثم شارك أفكارك مع زميلك. انضم إلى مجموعة و انظر إذا ما كان هناك تشابه في الأفكار. و من ثم قم بتعديل ملاحظاتك.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الثالث :
تطوير المهارات التفسيرية

أن معظم الأنشطة التي مرت معنا هي "مُصنّفة"، و تدور حول مواضيع معينة في الرياضيات ولكن ليس هذا هو الحال في العالم الحقيقي. لقد تم تصميم هذا السؤال لمساعدتك على اتخاذ القرار المناسب لتحديد مهاراتك الرياضية التي تحتاجها عند حل المسألة.

١. ربط التمثيلات البيانية مع السياقات .

العملية	التمثيل البياني	المعادلة	الشرح
١			تناقص نصف العمر لمادة ما هو الزمن الذي تستغرقه المادة لتفقد نصف قيمتها. من الناحية الطبية يمثل نصف العمر الزمن الذي يحتاجه تركيز بلازما الدم ليصبح نصف قيمته. يتناسب معدل الاضمحلال مع الثابت الأصلي ويوجد لكل دواء نسبة تغير ثابتة.
٢			نسبة الفائدة المركبة هي ١٠٪ لإيداع مبدئي مقداره ٥٠٠٠ ريال
٣			المسافة العمودية لسقوط كرة ثقيلة من الطائرة
٤			عندما قام مخترع لعبة الشطرنج بعرض اختراعه على حاكم البلد، أعجب الحاكم من هذا الاختراع حتى أنه طلب من العالم أن يقوم باختيار جائزته بنفسه. طلب العالم، وكان حكيماً جداً، من الحاكم أن يعطيه على المربع الأول من لوح الشطرنج حبة قمح وعلى المربع الثاني حبتين وعلى الثالث أربع حبات و هكذا بمضاعفة الكمية السابقة في كل مرة.
٥			المعدل الذي يمكن أن تتسارع به سيارة إلى السرعة العالية هو أمر حاسم لأدائها وللتعامل معها. يتم حساب تسارع السيارة من نقطة السكون (٠ ميل/ساعة) إلى اللحظة التي تصبح فيها السرعة ٦٠ ميل في الساعة. هذا يعني أن السرعة المبدئية هي صفر و السرعة النهائية ٦٠ ميل في الساعة (٢٦,٧٨ م / الثانية). في مناطق أخرى من العالم تكون من ٠ كلم/ساعة إلى ١٠٠كلم/ساعة (٢٧,٧٨ م / الثانية) إذا كانت السرعة الابتدائية لجسم هي ع٠ و يتحرك في خط مستقيم بتسارع ثابت ت فإن السرعة النهائية ع بعد مضي ز من الزمن ستكون ع = ت ز + ع٠ .

للعمل على هذا السؤال تحتاج إلى تقطيع البطاقات الموجودة في ورقة عمل المصادر رقم (١).
اعمل مع زميلك واستخدم التمثيل البياني لإكمال الخانات الفارغة في الجدول أعلاه.
قم بتعبئة الدوال التالية بمطابقتها وكذلك التمثيل البياني مع الوصف:

١. د (ن) = $٢^{ن-١}$
٢. د (ز) = ٤٠ هـ $^{-٠,٠٥ ز}$
٣. د(ت) = ٣ ت
٤. د(ت) = ٤,٩ $ت^{٢}$
٥. د (ن) = ٥٠٠٠ $(١ + ٠,١)^{ن}$

فكر بعناية في القرار الذي ستتخذه لكل حاله . هل تستطيع شرح أسباب اختيارك ؟
قد تحتاج للرجوع إلى ما قمنا به في بقية هذه الوحدة لمساعدتك في هذا الأمر حيث قد يُطلب منك أن تبرر قراراتك.

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة التاسعة

الدوال الجذرية والهندسة

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

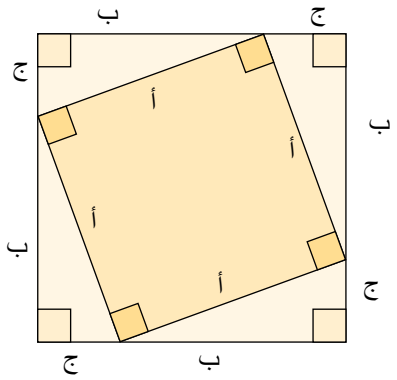
حول هذه الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- تطوير براهين متعلقة بنظرية فيثاغورس والأعداد غير النسبية.
- التعرف على خصائص الجذور وارتباطها بالدوال الجذرية وتمثيلاتها البيانية.
- استخدام المعرفة المكتسبة لحل بعض المسائل الهندسية

النشاط الأول :
الأعداد غير النسبية والجذور

١. تسمى الأعداد مثل $\sqrt{٢}$ و $\sqrt{٣}$ أعداداً غير نسبية وذلك نظراً لعدم إمكانية كتابها على الشكل الكسري $\frac{أ}{ب}$ ، حيث أ ، ب هما عددان صحيحان بحيث أن ب $\neq$ ٠ . إن العمل في هذه الوحدة سوف ينطوي على استكشاف مثل هذه الأعداد. إن وجود مثل هذه الأعداد يعتبر كنتيجة لنظرية فيثاغورس. لذا فإن أول مهمة لنا هنا هي التفكير بإثبات نظرية فيثاغورس.
الشكل التالي يوضح وجود مربع مائل طول ضلعه أ واقع داخل مربع آخر طول ضلعه ب + جـ.



بالتعبير عن مساحة المربع المائل بطريقتين، أثبت صحة نظرية فيثاغورس ($أ^{٢}$ = $ب^{٢}$ + $جـ^{٢}$).
هناك العديد من البراهين لنظرية فيثاغورس. قم بالبحث عن برهان أو برهانين هندسيين بنفسك و اعمل مع زميلك على ذلك خطوة بخطوة. و من ثم قم بعمل عرض لشرح إحدى هذه الطرق.

٢. قم الآن برسم ثلاث مثلثات قائمة الزاوية بحيث أن طول الوتر لكل منها $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{١٣}$ على الترتيب. إذا كانت أطوال الأضلاع الأخرى في المثلثات هي أعداد صحيحة فاحسب الأطوال الأخرى لكل مثلث؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

٣. قدم إقليدس عالم الهندسة اليونانية دليلاً على أن $\sqrt{٢}$ هو عدد غير نسبي باستخدام طريقة تعرف بطريقة التناقض. حيث يتم في هذه الطريقة فرضية أن هذا الشئ هو صحيح و على هذا يقوم هذا الافتراض، و من ثم تقوم بتقديم حجة منطقية تناقض تلك الفرضية. هذا التناقض يعني أن فرضيتك هي فرضية خاطئة وبالتالي فإن ما تحاول إثباته لا يمكن أن يكون صحيحاً.

في هذا السؤال تحتاج إلى تقطيع وترتيب مجموعة البطاقات الموجودة في ورقة عمل المصادر رقم (١).
لقد تم كتابة البرهان على عدة بطاقات يحوي كل منها جزء من البرهان. قم مع زميلك بترتيب هذه البطاقات وبعد ذلك ناقش كل سطر من البرهان.

هل استوعبت البرهان وبوسعك أن تقنع نفسك بصحة التتابع من سطر لآخر؟
عند إنهائك للسؤال، اعمل عليه مرة أخرى سطراً بسطر. إذا كنت راضياً عن الحل الذي توصلت إليه وقد قمت بترتيب البطاقات بشكل صحيح، فقم بترقيم هذه البطاقات و من ثم اشرح خطوات البرهان للطلاب الآخرين.

٤. هناك العديد من الصيغ التي تحوي جذور يمكن تبسيطها لتكون أعداد كلية (على سبيل المثال $\sqrt{١٦} = ٤$). وهناك بعض الجذور التي يمكن تبسيطها جزئياً (على سبيل المثال $\sqrt{٨} = \sqrt{٤ \times ٢} = ٢\sqrt{٢}$).
بسط الأعداد التالية إلى أبسط صورة ممكنه:

أ. $\sqrt{١٨}$ ب. $\sqrt{٧٢}$ ج. $\sqrt{٣} \times \sqrt{١٢}$ د. $\sqrt{٥٠} \times \sqrt{٢٧}$

هـ. $\frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٦}}$ و. $\frac{\sqrt{٢٥٢}}{\sqrt{٤٢}}$ ز. $(٣ + \sqrt{٢})(٢ + \sqrt{٢})$ ح. $(٤ + \sqrt{٧})(٤ - \sqrt{٧})$

قارن نتائجك مع زميل أو زميلين آخرين في الفصل. ناقش وسجل القوانين الخاصة بالجذور مستخدماً الجذرين $\sqrt{أ}$ ، $\sqrt{ب}$. طبق هذه القوانين على مثال أو مثالين من عندك.

٥. عند تبسيط الجذور نقوم عادة بالتخلص من الجذور الموجودة في المقام (إبقائها في البسط فقط) والهدف من ذلك هو تسهيل تجميع الحدود المتشابهة وكذلك لترك عملية التقريب إلى المرحلة الأخيرة.
هذه العملية تحافظ على القيم الدقيقة في المراحل الأولى و تقلل من تراكم أخطاء التقريب، فعلى سبيل المثال:

$$\frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{١}{٢}\sqrt{٢}$$

تسمى هذه العملية إنطاق المقام. أنطِق المقام لكل مما يلي:

أ. $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ب. $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٧}}$ ج. $\frac{١}{\sqrt{٧} - ٤}$ د. $\frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٣} + ٢}$

قارن المقدار الذي حصلت عليه في الفقرة (د) مع زميل آخر.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

٦. احسب المسافة بين النقطتين هـ (٢، ٤) ، ر (٦، ٧) في المستوى الإحداثي.
أوجد قانون حساب المسافة بين نقطتين أ($س_١$، $ص_١$) و ب($س_٢$، $ص_٢$).

٧. بناءاً على ما تعرفه عن الدائرة كمجموعة من النقاط، أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل (٠، ٠) ونصف قطرها ٢.
قم بتعميم النتيجة لتجد الصيغة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها (أ، ب) ونصف قطرها نق.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثاني :
تمثيل الدوال الجذرية بيانياً

الدوال الجذرية هي الدوال التي تحوي جذور لكميات معينة، و على الأخص الجذور التربيعية. فعلى سبيل المثال د(س) = $\sqrt{س}$ أو د(س) = $\sqrt{س+١}$ وكذلك يمكنك اعتبار الجذور الأخرى مثل الدالة د(س) = $\sqrt[٣]{س}$.

١. مَثِّل الدالة د(س)= $\sqrt{س}$ بيانياً. لماذا من الضروري تحديد مجال الدالة وهو س $\geq$ ٠؟
ما الذي يمكننا قوله عن مدى الدالة؟
ما هي قيم س والتي تكون فيها المتباينة د(س) > س صحيحة وما هي قيم س التي تكون فيها د(س) > س صحيحة؟ كيف يبدو ذلك على التمثيل البياني؟

٢. استكشف باستخدام التمثيل البياني التحولات التالية مستخدماً العددين أ و ب:
د(س) = $\sqrt{س + أ}$
د(س) = $\sqrt{س+ ب}$
في كل حالة أذكر المجال والمدى لكل دالة .
اشرح التحويلات واذكر أسباب حدوثها.
ما الذي يحدث إذا قمت بعمل تركيبة من هذه التحويلات؟ لا تنس تعريف المجال والمدى.

٣. ما هي العلاقة بين التمثيل البياني للدالة ص = $\sqrt{س}$ والتمثيل البياني لكل من التالي:
ص^{٢} = س
ص = س^{٢}
اشرح إجابتك باستخدام تمثيل المنحنيات جميعاً بيانياً على نفس المستوى الإحداثي.

٤. مَثِّل الدالتين التاليتين د(س) = $\sqrt{س}$ ، ر(س) = $\sqrt[٣]{س}$ بيانياً.ناقش وسجل ملاحظاتك على الأسئلة التالية:
أ. كيف يختلف مجال ومدى الدالة د(س) عن مجال ومدى الدالة ر(س)؟
ب. مثّل الدالتين بيانياً على نفس المستوى الإحداثي.
جـ. ما هي العلاقة بين التمثيل البياني للدالة ر(س) في الجزء الواقع في الفترة س > ٠ والجزء الواقع في الفترة س > ٠؟
د. في أي جزء من مجال الدالة د(س) يكون ر(س) > د(س) وفي أي جزء يكون ر(س) < د(س)؟

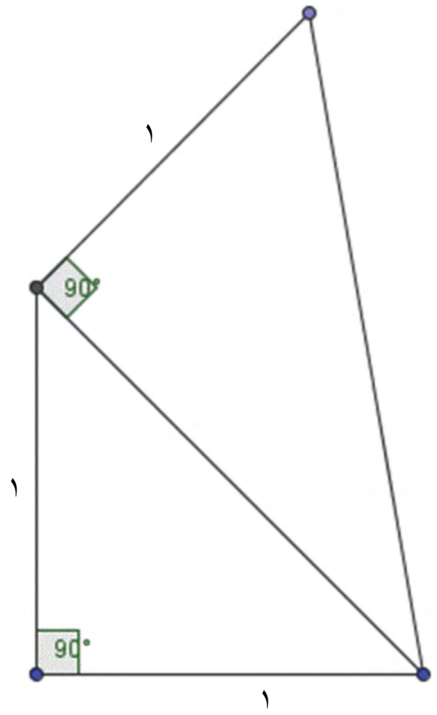
قم الآن بتوسيع بحثك و ذلك عن طريق دراسة الدالتين
هـ(س) = $\sqrt[٤]{س}$ ، ك(س) = $\sqrt[٥]{س}$ وقارن ذلك مع الدالتين د(س) ، ر(س).

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الثالث:
عجلة ثيودورس

١. استخدم أحد برامج التمثيل البياني أو ورقة لرسم الشكل التالي:

- ارسم مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين بحيث يكون طول كل منهما وحدة واحدة. يمكنك اختيار مقاس الوحدة ليكون ٣ سم على الورق.
- استخدم الوتر لرسم مثلث آخر قائم الزاوية و طول ضلعه وحدة واحدة كما هو موضح في الشكل التالي:



- قم برسم مثلثات بنفس الطريقة حتى تحصل على الأقل على ١٠ مثلثات.

٢. من خلال الشكل الذي قمت برسمه اجب على الأسئلة التالية :

أ- كيف يمكنك أن تصف نمط النقاط الموجودة على رؤوس المثلثات؟

ب - أكتب صيغة لأطوال الأوتار $ر_{١}$ ، $ر_{٢}$ ، ... ، $ر_{ن}$ التي حصلت عليها و ضعها على الرسم .

جـ - احسب نسبة طول كل وتر إلى طول الوتر السابق له

$$\frac{ر_{ن}}{ر_{ن+١}}$$

و- ضع هذه النسب على الرسم. ما النمط الذي حصلت عليه؟

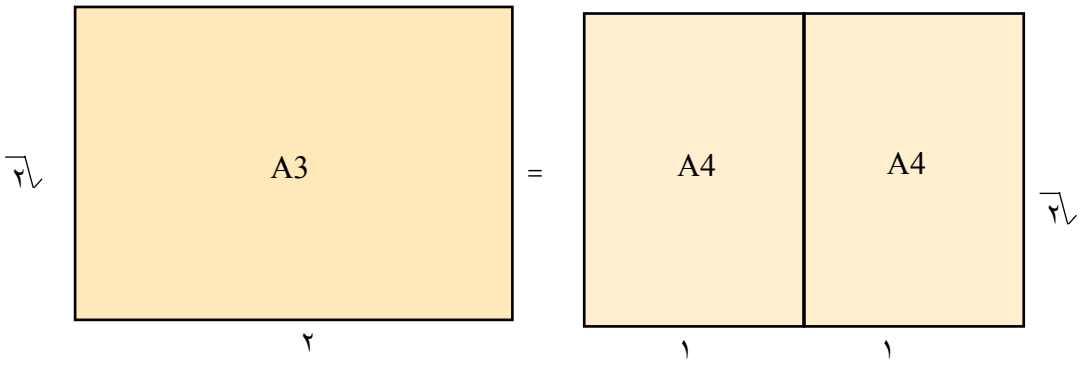
د- شارك زملائك فيما حصلت عليه من نتائج وما تعنيه على الرسم.

هـ - ما هو تخمينك حول وضع الشكل عند زيادة عدد النقاط؟ كن على استعداد لمناقشة النتائج الخاصة بك.

"موهبة .. حيث تنتمي"

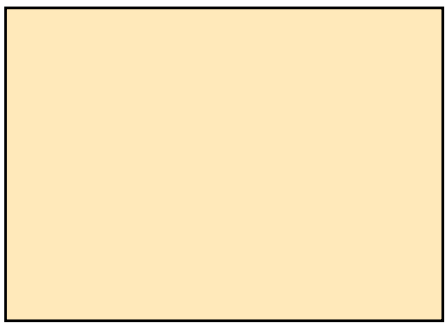
النشاط الرابع :
فن طي الورق

في هذا النشاط تحتاج إلى أوراق ذات مقاس A4 حيث يكون فيها نسبة الطول إلى العرض هي (√٢ : ١).
إذا وضعنا ورقتين من المقاس A4 بجانب بعضهما البعض فإننا سنحصل على ورقة من القياس A3 لها نفس نسبة الطول إلى العرض. وتبقى أيضا هذه النسبة إذا تم قص ورقة من المقاس A4 إلى قطعتين متساويتين بشكل موازي لأقصر جانب .

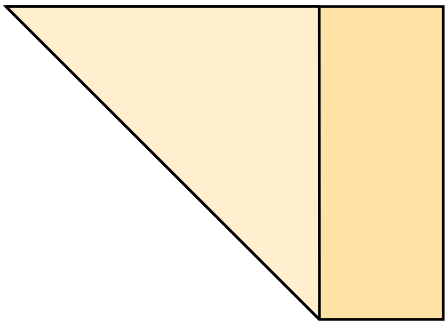


١ : √٢ = √٢ : ٢

١. أ. خذ ورقة من المقاس A4 و ضع الجانب الأطول إلى الأسفل كما هو موضح أدناه

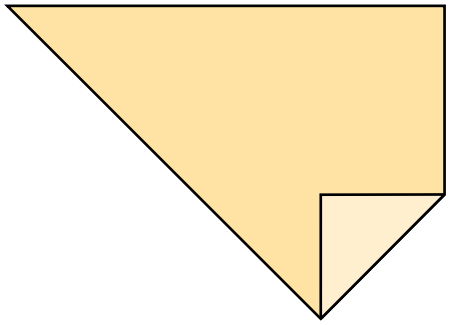


ب. قم بثني الركن الأسفل من الورقة حتى يتقابل مع الجانب الأعلى للورقة كما هو موضح أدناه.



مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

ج. قم الآن بطي الركن الأسفل والموجود على اليمين بحيث يلامس الحافة العمودية للورقة كما هو موضح أدناه.



د. ما هو الشكل الذي حصلت عليه؟ وهل تستطيع إثباته؟
هـ. احسب محيط ومساحة الشكل.

٢. احضر ورقة أخرى من المقاس A4 وقم بتجربة عمل شكل آخر عن طريق طي الورق.
تحدى زملائك كي يقوموا بإتباع تعليماتك ومن ثم يحسبوا المحيط و المساحة للشكل الناتج.

الوحدة العاشرة

الإحصاء والاحتمالات

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

حول هذه الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- دراسة مجموعة النتائج المختلفة في الاحتمالات النظرية والتجريبية.
- تطبيق المعرفة المسبقة بمقاييس السرعة المركزية والاستدلال الرياضي لاستخلاص الاستنتاجات من اثنين من التوزيعات.
- اختيار وبناء الرسومات المناسبة، باستخدام تكنولوجيا المعلومات ICT إذا تطلب الأمر، لدعم النتائج.

تتطلب هذه الوحدة البحث والدراسة في الاحتمالات التجريبية والنظرية. وسوف يكون لديك الفرصة لدراسة الإحصاء والذي يتطلب منك استخدام البيانات لدعم اقتراحاتك. هذا وستحتاج إلى معرفة مصطلحات الاحتمالات ومقاييس الانتشار والمتوسط ومن المتوقع أن تقوم بتمثيل البيانات من خلال الرسم مستخدماً أنواع مختلفة من الرسوم لتدعم استنتاجاتك.

النشاط الأول :
أي الكراسي سأختار؟

يجلس أحد الطلاب على الكرسي الواقع في وسط ٧ كراسي مرتبة على استقامة. سوف يتم رمي قطعة نقود بحيث ينتقل الطالب إلى الكرسي الواقع على يمينه إذا ظهر **الشعار** وينتقل إلى الكرسي الواقع على يساره إذا ظهرت **الكتابة**. كرّر هذه العملية مرتين أخريين.

١. كم من الكراسي من الممكن أن يجلس عليها الطالب بعد رمي قطعة النقود ثلاث مرات؟
٢. أوجد طريقة لتمثيل هذه المعلومة باستخدام الرسم الشجري وقدّر الاحتمال لكل كرسي.
٣. ابحث في المخرجات المحتملة عند رمي قطعة النقود عدة مرات. (يجب أن تقرر ما الذي ستفعله في حال أن الطالب وصل إلى نهاية الصف من الكراسي)
٤. قم بعمل تعميم لمخرجاتك مشفوعة بشرح لذلك.
٥. ابحث فيما سيحدث في حال قمت بتغيير قوانين اللعبة وناقش تأثير ذلك على المخرجات.

النشاط الثاني :
تجربة إسقاط الدبوس

١. تم رمي دبوس طبعة على طاولة بحيث أن رأس الدبوس قد يشير إلى الأعلى أو إلى الأسفل. قدّر احتمال أن يشير رأس الدبوس إلى الأعلى. قم برمي الدبوس عدة مرات وسجل ما يحدث.

قم بعمل خطة مناسبة لإجراء بحث وذلك لحساب احتمال أن يشير الدبوس إلى الأعلى.

٢. قارن النتائج التي توصلت إليها مجموعتك مع نتائج المجموعات الأخرى .

أ- ما الذي قد يؤدي إلى الاختلافات؟

ب- كيف من الممكن للمجموعة الأكبر من الطلاب اكتشاف التقدير الأكثر دقة لاحتمال أن يشير الدبوس للأعلى؟

ت- كم عدد المرات المتوقعة للدبوس لكي يشير إلى الأعلى إذا تم إسقاط الدبوس ١٠٠٠٠ مرة.

النشاط الثالث :
المكعبات المرقمة بشكل خاطئ

١. تم ترقيم مكعبين ذوي ستة أوجه بحيث أنه تم ترقيم أحدهما بصورة خاطئة. تم رمي المكعبين لأكثر من ٣٠٠٠ مرة ويتم حساب مجموع الوجهين الظاهرين في كل مرة. الجدول التالي يبين النتائج التي تم الحصول عليها:

النتيجة	التكرار
٢	١٦٩
٣	١٦٤
٤	٢٥٤
٥	٣٢٧
٦	٤١٠
٧	٥٠٨
٨	٣٣٩
٩	٣٢٩
١٠	٢٤٧
١١	١٧١
١٢	٨٨

هل باستطاعتك تحديد الخطأ في الترقيم ؟

٢. حدث خطأ الترقيم هذه المرة في كلا المكعبين. وقد كان ناتج جمع الوجهين للمكعبين مُعطى في الجدول التالي:

النتيجة	التكرار
٢	٨٦
٣	١٧٠
٤	٣٤٢
٥	٤٠٨
٦	٤١١
٧	٥٩٦
٨	٢٥٦
٩	٤١٩
١٠	١٥٦
١١	٩١
١٢	٨٩

هل لديك القدرة على تحديد الأعداد الموجودة على المكعبين؟ وضح إجابتك.

"موهبة .. حيث تنتمي"

٣. يوضح الجدول التالي مجموع الأوجه و التكرار و ذلك عند رمي مكعبين آخرين ذوي ستة أوجه:

النتيجة	التكرار
٢	٨٨
٣	١٦٤
٤	٢٤٧
٥	٣٣٥
٦	٣٣٣
٧	٤٢٤
٨	٤١٧
٩	٣٤٠
١٠	٢٤٠
١١	١٥٨
١٢	١٧٠
١٣	٨٨

ما هو انطباعك عن الأعداد الموجودة على المكعبين؟ وضح إجابتك.

٤. يوضح الجدول التالي مجموع الأوجه و التكرار و ذلك عند رمي مكعبين آخرين ذوي ستة أوجه:

النتيجة	التكرار
٢	٩٤
٣	١٠١
٤	١٧٥
٥	١٨٤
٦	٢٦٤
٧	٢٦٧
٨	٢٥٣
٩	٢٤٩
١٠	٢٦٣
١١	٢٥٤
١٢	٢٦٨
١٣	٢٧٤
١٤	١٨٤
١٥	١٨٢
١٦	٩٦
١٧	٩١

ما هو انطباعك عن الأعداد الموجودة على المكعبين؟ وضح إجابتك.

النشاط الرابع :
المكعبات المرقّمة المتسلسلة

تم ترقيم أربع مكعبات ذات ألوان مختلفة بأعداد مختلفة كما في الجدول التالي:

اللون	الوجه الأول	الوجه الثاني	الوجه الثالث	الوجه الرابع	الوجه الخامس	الوجه السادس
بنفسجي	٤	٤	٤	٤	٠	٠
أحمر	٦	٦	٢	٢	٢	٢
أصفر	٣	٣	٣	٣	٣	٣
أخضر	٥	٥	٥	١	١	١

١. اختر أي مكعبين وقارن بينهما. أي المكعبين سوف يعطينا أعلى رقم عند رميهما؟ كرر هذه العملية باستخدام زوج آخر من المكعبات حتى تصل إلى قناعة عن أي المكعبات يتفوق على الآخر. اكتب التدرج لمجموعة المكعبات المرقمة.

قم بعمل ملخص لما توصلت إليه واكتشفته و من ثم اعرضه على المجموعات الأخرى.

٢. قم بعمل نشاط مماثل لمجموعة من ٣ أقراص ذوات المؤشر الدوار (عجلات دوارة) يحتوي كل منها ٥ أرقام والتي تعطي نفس النوعية من النتائج.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الخامس :
أي الطرق أختار؟

الجدول التالي يوضح مجموعتين من الأزمنة لرحلة عدد من السيارات عبر طريقين مختلفين (أ و ب) بين مدينتين. مع العلم أن الزمن مُعطى بالدقيقة.

الطريق (أ)	الطريق(ب)	الطريق (أ)	الطريق(ب)	الطريق (أ)	الطريق(ب)
١٤٣	١٥٣	١٩٦	١٩٩	٢١٤	٢١٣
١٥٢	١٦١	٢٠٠	١٩٢	٢١٩	٢١٦
١٥٧	١٦٣	١٩١	١٩٨	٢١٨	٢٢٠
١٦٢	١٦٦	١٩٤	١٩٢	٢٢٧	٢١٨
١٦٢	١٦٣	١٩٦	١٩٢	٢٣٠	٢٢٠
١٦٥	١٦٧	١٩٩	١٩٣	٢٢٤	٢٢٦
١٦٨	١٨٠	١٩٣	١٩٨	٢٢٨	٢٢٤
١٧١	١٧٩	١٩٤	٢٠٠	٢٢١	٢٢٣
١٧٣	١٧٣	١٩٣	١٩٨	٢٢٤	٢٢٨
١٧٤	١٨٠	١٩٦	١٩٤	٢٢٣	٢٢٥
١٧٤	١٨٠	١٩٦	١٩٩	٢٣٩	٢٢٤
١٧٥	١٧٣	١٩٧	٢٠٨	٢٤١	٢٢١
١٧٧	١٧٤	٢٠٠	٢٠٩	٢٤٥	٢٣٠
١٧٩	١٧٣	٢٠٤	٢١٠	٢٤٨	٢٣٦
١٨٣	١٧٢	٢٠٣	٢٠٩	٢٤٥	٢٣١
١٨٧	١٨٤	٢٠٥	٢٠٨	٢٥٣	٢٤٧
١٨٣	١٨٤	٢٠٩	٢٠١	٢٥٥	٢٥٠
١٨٢	١٨٣	٢٠٥	٢٠٦	٢١٢	٢١٢
١٨٢	١٨٩	٢٠٩	٢٠٧	١٨٣	١٨٧
١٩٠	١٨٧	٢٠٧	٢٠٥	١٨٨	١٩٣
١٨٣	١٨٨	٢٠٥	٢٠٦	١٩٤	١٩٦
١٩٠	١٨٨	٢٠١	٢٠١	١٩٨	١٩٧
١٨٧	١٨٣	٢٠٣	٢٠٦	١٨٢	١٩٤
١٨٥	١٨٩	٢٠٥	٢٠٥	١٩١	١٩٢
١٨٥	١٨٣	٢٠١	٢١٠	١٩٤	١٩٩
١٨٦	١٨٢	٢٠١	٢٠٩	١٩١	١٩٣
١٨٥	١٨٧	٢١٠	٢٠٢	١٩٩	١٩٢
١٨٥	١٩٠	٢٠٣	٢٠٤	١٩٢	٢٠٠
١٨٤	١٨٨	٢٠٧	٢٠١	٢١٤	٢٠٢
١٨٢	١٩٠	٢٠٦	٢٠٥	٢٢٠	٢١٠
١٨٣	١٨٧	٢١٤	٢٠٢	٢١٩	٢١٤
٢٢٠	٢١٤	٢١٢	٢١٢	٢١٨	٢١١
٢١٢	٢١٦	٢٢٠	٢١٣		
٢٢٠	٢١٦	٢١٧	٢٠٠		

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

١. قم بتحليل النتائج وحدد أي الطريقين سيكون هو الأفضل. ينبغي أن تستخدم الاستدلال الرياضي وكذلك التمثيلات البيانية والمخططات اللازمة لدعم قرارك. يمكنك استخدام الحاسبة البيانيّة لمساعدتك على تحليل البيانات واستخراج الرسوم المساعدة.

٢. إذا تم اختيار طريقين آخرين ثم سلكت كل منهما ٢٠٠ سيارة بحيث أن أحد الطريقين له متوسط أعلى من الزمن ولكن له وسيط أقل. كذلك فإن هذا الطريق سيعطينا أطول رحلة وكذلك أكبر مدى ربيعي.
قم بإنشاء اثنين من التوزيعات التي يمكن أن تعكس هذه النتائج.

النشاط السادس :
إجراء تحليلات إحصائية

في هذه المهمة ستقوم بعمل دراسة بنفسك. في هذه الدراسة ستقوم بالتنقل من مرحلة إلى أخرى في التعامل مع دورة البيانات. القائمة التالية سوف تساعدك على إجراء الدراسة. و في حال واجهت أي غموض في بعض المصطلحات التي لم ترها من قبل، فعليك إجراء البحث عن هذه الكلمات قبل أن تبدأ دراستك.

١. قم بتحديد مسألة ما و خطط لها. فكر في السؤال الذي تريد أن تبحث عن إجابته أو فكر في الفرضية التي تريد اختبارها. في هذه المرحلة أنت تقوم بتصميم دراستك. قم الآن بالتخطيط لذلك من خلال النقاط التالية:

أ- ما هو السؤال (أو الفرضية)؟ هل من الممكن إيجاد الإجابة و هل يمكن اختبارها؟
ب- كيف ستقوم بتجميع البيانات؟ هل تعتبر مصادرك أساسية أو ثانوية ؟
ت- ما هي أفضل طريقة لأخذ العينات؟ خطط لذلك
ث- كيف يمكنك التقاط وتسجيل البيانات؟
ج- هل ستعطيك البيانات التفاصيل التي ستحتاجها للإجابة على سؤالك أو اختبار فرضيتك؟

قبل أن تتعمق أكثر قم باستشارة معلمك حول خطتك وخذ موافقته.

٢. قم الآن بتجميع البيانات المطلوبة (هذه هي المرحلة التي ستجمع فيها البيانات لدعم تحقيقاتك)
سوف يكون الآن تجميع البيانات من المصادر الأساسية أو الثانوية. من المفروض أن تكون هذه المرحلة سهلة إذا كنت قد خططت لها بشكل دقيق و محدد.

٣. ابدأ في تطبيق وتمثيل البيانات التي جمعتها
اختر نوع التمثيلات البيانية التي سوف تساعدك على تحليل البيانات. كيف من الممكن أن تساعدك على سؤالك؟
اعمل ملخص وصفي إحصائي و اختر تلك التي ستساعدك في مناقشتك.

٤. اشرح وناقش نتائجك.

أ- قم بالعودة إلى سؤالك أو فرضيتك و استخدم المخططات والتمثيلات البيانية والإحصاءات الوصفية لاستخلاص استنتاجاتك
ب- قدم الآن مناقشة متوازنة، ووضح محاسن ومساوئ استنتاجاتك.
ت- لاحظ أي تحفظات أو انتقاد محتمل على خطتك.

قم في النهاية بتقديم تقرير إلى معلمك.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

موهبة

بوابة موهبة الإلكترونية

شاركنا التجربة واكتشف عالم بوابة موهبة
المرجع الرئيسي للموهبة والإبداع والابتكار في العالم العربي

بوابة موهبة الإلكترونية بوابةٌ علمية متخصصة في إرساء أسس تربية الموهوبين والمبدعين في المملكة العربية السعودية والعالم العربي. تقدّم خدمات متنوعة للموهوبين والقائمين على رعايتهم، وتعتبر مصدرًا معرفيًا متجددًا ومجالاً تفاعليًا للمشاركة المجتمعية.

Info@mawhiba.org.sa
الرقم المجاني: 8006123333

"موهبة .. حيث تنتمي"