الصف الأول الثانوي

منهاج موهبة الإضافي المتقدم

الرياضيات

كتاب الطالب

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

موهبة

تم تطوير مادة منهاج موهبة الإضافي المتقدم لتستعمل في المدارس المنضوية في مبادرة موهبة للشراكة مع المدارس.

حقوق النشر محفوظة لمؤسسة الملك عبد العزيز ورجاله للموهبة والإبداع

شارع تركي بن عبدالعزيز الأول
صندوق بريد ٣٠٠٨٢٠ الرياض ١١٣٧٢، المملكة العربية السعودية – www.mawhiba.org.sa

بسم الله الرحمن الرحيم

المحتويات

استعمال كتاب الطالب		6
الوحدة الأولى: المنطق والاستدلال		7
النشاط الأول	العبارات المتكافئة	8
النشاط الثاني	جداول الصواب	9
النشاط الثالث	ليس معاً	10
النشاط الرابع	اختزال الرموز	11
الوحدة الثانية: المجموعات والبرهان		12
النشاط الأول	إثبات عبارات بسيطة	13
النشاط الثاني	المثال المضاد	13
النشاط الثالث	برهان خطأ	14
النشاط الرابع	أشكال فن	15
الوحدة الثالثة: المستقيمات المتوازية		16
النشاط الأول	الأشكال المتوازية	17
النشاط الثاني	المستقيمات المتوازية في الأشكال	18
النشاط الثالث	متوازي الأضلاع	20
النشاط الرابع	المربعات في المستوى الإحداثي	22
الوحدة الرابعة: ميل المستقيم ومعادلته		24
النشاط الأول	تقاطع المستقيمات	25
النشاط الثاني	إزاحة المستقيمات	26
النشاط الثالث	إنشاء مثلثات من مستقيمات	28
النشاط الرابع	المسافة الهندسية	29
الوحدة الخامسة: تطابق المثلّثات		30
النشاط الأول	العلاقات بين أنواع المثلثات	31
النشاط الثاني	المثلثات حيث النسبة بين الزوايا: $n : n + 1 : n + 2$	31
النشاط الثالث	تجزئة المثلث إلى مثلثات متطابقة	32
النشاط الرابع	المثلثات المشتركة بضلع	32
النشاط الخامس	شروط التطابق المتعلقة بالمساحة	33
النشاط السادس	التحويلات الهندسية للمثلثات	34

الوحدة السادسة: العلاقات في المثلثات 36

النشاط الأول الأقطار مُنصِّفة الزوايا 37

النشاط الثاني متباينة المثلث 37

النشاط الثالث حركة القطعة المتوسطة في المثلث 40

النشاط الرابع المثلثات في دوائر النقاط التسع 41

النشاط الخامس ربط الجُزُر 43

الوحدة السابعة: الأشكال الرباعية 45

النشاط الأول تناقص المساحات 46

النشاط الثاني تجزئة المثلث إلى أشكال رباعية 48

النشاط الثالث الزوايا الداخلية في المضلعات المنتظمة 49

النشاط الرابع حذف مربعات من المستطيلات 50

الوحدة الثامنة: التناسب والتشابه 52

النشاط الأول المساحات والمثلثات المتشابهة 53

النشاط الثاني المثلثات قائمة الزاوية المتشابهة 55

النشاط الثالث الأشكال المتشابهة 57

النشاط الرابع تقسيم الكعكة 59

الوحدة التاسعة: التحويلات الهندسية 61

النشاط الأول الدوران والانعكاس 62

النشاط الثاني تركيب التحويلات الهندسية 63

النشاط الثالث معكوس التحويلات الهندسية 64

النشاط الرابع هل يؤثر الترتيب في التحويلات الهندسية؟ 65

الوحدة العاشرة: الدوائر 66

النشاط الأول النسبة بين مساحتين 67

النشاط الثاني المخروط 68

النشاط الثالث المثلثات المتماسة مع الدوائر 70

النشاط الرابع معادلة الدائرة 71

الوحدة الحادية عشرة: قاعدة بنفورد 72

معلومات عن الوحدة 73

استعمال هذا الكتاب

صُمِّمت نشاطات هذا الكتاب لمُساعدتك كي تُصبحَ مُتعلِّماً متقدما؛ وهذا يعني أن هذه النشاطات ستتحدَّى قُدراتك لتقوم بأمور منها على سبيل المثال:

- استعمال المهارات التي تعلَّمتها في دروسٍ أخرى سابقة؛ لتُطبِّقَها في مسائل ومواقف جديدة غير مألوفة.
- التَّحلِّي بالإبداع والمرونة عند حل المسائل.
- المُثابرة على المُهمّة، وتجريب طرائق بديلة إن لم تكن طريقة الحل الأولى ناجحة.
- اكتشاف الأنماط، والتوصل إلى تعميمات وتنبُّؤات عن الأنماط والتوجُّهات.
- تنمية مهارات التفكير والتبرير.
- العمل مع الآخرين ضمن فريق وأداء أدوار مختلفة، فتارة تقود الفريق، وتُسهِم بصورة ناجحة وفعّالة في عمل الفريق تارة أخرى.
- تفسير استنتاجاتك كي يتمكن الآخرون من فهمها والرّد عليها.

ولكي يصبح الطلاّب في مدارس شراكة موهبة مُتعلِّمين ومُتقدِّمين؛ فإنّ نشاطات هذا الكتاب تركز على سِتّ قيم واتّجاهات وسمات أساسيّة تشجّع هذا النوع من العمل والتفكير، هي:

الإستقصاء

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ الإستقصاء، وسيرغبون في التعلم الذاتي، وينشطون فيه، ويتوقون إليه. وستظهر عليهم سمات المبادرة والتفكير المستقل، وتحدي الافتراضات، وطلب البرهان على الفرضيات والاستنتاجات. وسينظمون مسيرة تعلمهم بفعالية، منتقلين من استيعاب المعارف وإتقان الخطوات العملية، إلى تطوير وُجهات النّظر الشخصيّة والحلول الفردية.

المجازفة

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ المجازفة، وسيُظهرون الثّقة بأنفسهم، ويتناولون الأفكار والظواهر الجديدة عليهم بالتجربة والنقد، ويقدمون على التخمين، وتوَقُّع الفرضيات، ولن يُزعجهم العمل في ظل ظروف جديدة عليهم. وسوف يرجئون التوصل إلى الاستنتاجات قبل نضوجها في أذهانهم، ويتحملون عدم الشك المُؤقَّت.

الإبداع

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ الإبداع والابتكار، وسيُصبِحُوا مُتَفَتِّحي العقول، ومَرِنين في طريقة تفكيرهم. إلى جانب إبداء استعدادهم للابتكار، وإيجاد حلول متعددة للمشاكل والمواقف، مُظهرين قدرة على تكييف أساليب عملهم لتتلاءم مع الظروف. سيغدو عملهم مثيرا للدهشة، ودليلا على الأصالة، ومتميزا بإسلوبهم الشخصي الخاص.

المثابرة

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ المثابرة، ولن تُثَبِّط العقبات والصُعوبات من عزائمهم، بل سيصرون على مواصلة بذل الجهود. وسوف يُبرهنون على تميُّزِهم بالتَّأنّي في العمل، والالتزام بأسلوبهم المنهجي المنظم، ولن يَكِلُّوا من المثابرة لتحقيق النتائج المرجوة بأعلى مستويات الجودة والدقة الممكنة.

التعاون

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ التعاون والعمل الجماعيّ، وسيسعون إلى الحصول على الملاحظات والتعليقات على أعمالهم، وسيُدلون بأرائهم وأفكارهم بوضوح واختصار، مُصغِين إلى وجهات نظر الآخرين وأفكارهم. وسيَتمتّعون بالقُدرة على العمل الجماعي والإستعداد له، ويُؤدّون أدوار مُتنوّعة ضمن فريق العمل ويتمكنون من تقويم أفكارهم ومُساهماتهم.

الاهتمام بالمجتمع

سوف يُنَمّي طلاب مدارس شراكة موهبة روحَ الاهتمام بالمجتمع. ففي الوقت الذي سيكونون فيه مدفوعين بالطموح الشخصي والرغبة في تحقيق النجاح، فإنهم سيمتلكون أيضاً إحساساً قويّاً بأهمية المُساهمات التي يقدمونها للمجتمع تحقيقاً لمصلحة الوطن، ومنفعة أولئك الذين هم أقلّ منهم حظاً. وسيكونون مِثالاً للمواطن الصالح المُتعاطف مع المصلحة الجماعية لمحيطه الاجتماعي، المدرك لأوجه التباين والتشابه بين الأفراد والشعوب، والواعي بتراثه الثقافيّ، والتراث الثقافيّ للآخرين، كما سيكون الطلاب مُتجاوِبين مع القضايا الأخلاقيّة التي تُثارُ في سِياق دراساتهم.

كتابة الحلول

سوف يُرشِدُك مُعلِّمك أين تكتب الحلول والإجابات والأعمال الخاصّة بِشراكة مدارس موهبة، والطريقة المتبعة لهذه الغاية. ومن المُهم أن تحتفظ بأعمالك كلها مجتمعة حتى يكون لديك سجل عن الإنجاز والتقدم الذي تُحرزه في أثناء سَير هذا المُقَرَّر، والتّطوُّر في المهارات والسِّمات المرتبطة بالتَّحوّل إلى مُتعلِّمٍ مُتقدِّمٍ ناجح.

الوحدة الأولى
المنطق والاستدلال

معلومات عن الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- الثقة عند تطبيق المنطق الرياضي على مسائل متنوعة
- الطلاقة في استخدام المنطق الشكلي والرموز المرتبطة به

النشاط الأول
العبارات المتكافئة

1- ضع إشارة (✓) أمام العبارة الصحيحة وإشارة (✗) أمام العبارة غير الصحيحة فيما يلي:

a) إذا كان هذا تمراً فهو ينمو على الأشجار.

b) إذا كان ينمو على الأشجار فهو تمر.

c) إذا لم يكن تمراً فهو ينمو على الأشجار.

d) إذا لم يكن تمرًا فهو لا ينمو على الأشجار.

e) إذا كان هذا تمرًا فهو لا ينمو على الأشجار.

f) إذا كان ينمو على الأشجار فهو ليس تمرًا.

g) إذا لم يكن ينمو على الأشجار فهو ليس تمرًا.

h) إذا لم يكن ينمو على الأشجار فهو تمر.

إذا دَلّ الحرف (D) على العبارة (هذا تمر)، ودَلّ (T) على العبارة (ينمو على الأشجار)، فيمكن كتابة العبارة (a) بالصيغة: $D \longrightarrow T$.

2- أعد كتابة العبارات في السؤال الأول باستخدام الرموز: D وG و$\longrightarrow$ و ~.

3- انشئ جدول الصواب لتثبت أن $D \longrightarrow G \equiv \sim G \longrightarrow \sim D$.

4- اكتب جميع أزواج العبارات المتكافئة في السؤال الأول.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الثاني
جداول الصواب

الحرف P يمثل العبارة: "n عدد من مضاعفات الرقم 3".

الحرف Q يمثل العبارة: "n عدد زوجي"

الحرف R يمثل العبارة: "n عدد من مضاعفات الرقم 6".

1- عبَّر عن العبارة $R \leftrightarrow P \wedge Q$ بمفرداتك الخاصة.

لاحظ: $R \equiv P \wedge Q$

2- اثبت أن $R \leftrightarrow P \wedge Q$ صادقة دائماً.

3- عبرّ عن العبارة المنطقية $\sim R \longrightarrow \sim P \vee \sim Q$ بمفرداتك الخاصة.

4- أنشئ جدول الصواب لتبين أن $\sim R \longrightarrow \sim P \vee \sim Q$ صادقة منطقياً لجميع قيم الصواب.

لاحظ: $R \equiv P \wedge Q$

5- استخدم جدول الصواب لإثبات أن العبارة التالية ليست صادقة منطقياً، أي ليست صادقة لجميع قيم الصواب:
إذا لم يكن عدد ما من مضاعفات 6، فإنه ليس من مضاعفات 3، وليس عددًا زوجياً.

6- اكتب مثالاً عددياً يثبت أن العبارة في السؤال الخامس ليست صادقة منطقياً.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث
ليس معاً

1- أنشئ جدول الصواب لإثبات أن:

$$\sim P \vee \sim Q \equiv \sim(P \wedge Q)$$

هذا هو المقصود بـ "not both" أي "ليس معاً"، أو ما يعرف باسم شرط NAND " not and". ويستخدم في بعض الأحيان الرمز $\uparrow$ للدلالة عليه.
وبذلك فإن $P \uparrow Q$ تكافئ $\sim(P \wedge Q)$

.

هذه العملية تنتج قيم صواب صائبة أو صحيحة إذ كان على الأقل احدى قيم الصواب خطأ.

وبلغة الحياة اليومية فإن ذلك يماثل المنطق في العبارة "يموت الإنسان إذا لم يحصل على الماء والغذاء"، و"يموت الإنسان إذا لم يحصل على الغذاء أو لم يحصل على الماء".

2- بيّن إمكانية تطبيق NAND أي "ليس معاً" باستخدام أشكال فِن.

من الممكن تعريف أدوات الربط الأخرى بدلالة $\uparrow$، فعلى سبيل المثال $\sim P \equiv P \uparrow P$

3- كوّن جدول الصواب لإثبات أن $P \text{ NAND } P \equiv \sim P$

4- كوّن جدول الصواب لإثبات أن. $P \vee Q \equiv (P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q)$

5- عبّر عن $P \wedge Q$ بدلالة $\uparrow$ فقط.

6- عبّر عن $P \longrightarrow Q$ بدلالة $\uparrow$ فقط.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
اختزال الرموز

يقول فريد:
$\sim(a \wedge b) \equiv a \vee \sim b$، ولذلك فنحن لا نحتاج إلى الرمز $\wedge$.

1- هل ما يقوله فريد صحيح؟
اكتب $\sim(a \wedge b)$ دون استخدام الرمز $\wedge$.

2- علق على صواب العبارة:
"إذا كانت a تقسم b، وكانت a تقسم c، فإن a تقسم $b \cdot c$".

3- العبارة (a تقسم b) تكتب بالرموز $a \mid b$.
أعد كتابة العبارة في السؤال 2 باستخدام الرموز: $\mid$ ، a ، b ، c، $\wedge$، $\longrightarrow$.

4- أعد كتابة الإجابة على السؤال 3 باستخدام الرموز: $\mid$ ، a ، b ، c، $\sim$، $\vee$، $\longrightarrow$.

5- لماذا يحتاج عالم المنطق الرياضي إلى استخدام أقل عدد ممكن من الرموز ؟

الوحدة الثانية
المجموعات والبرهان

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

معلومات عن الوحدة

الهدف التعلمي للوحدة

- الثقة والقدرة على استعمال طرائق متنوعة للبرهان مثل (المثال المضاد، الجدل المنطقي، أو الجدل غير المباشر).

النشاط الأول
إثبات عبارات بسيطة

سيساعدنا التكافؤ التالي $a \longrightarrow b \equiv \sim b \longrightarrow \sim a$ في البرهان $a \longrightarrow b$.
في الأسئلة التالية، يكون m وn عددان صحيحان موجبان.

1- استخدم العبارة $a \longrightarrow b \equiv \sim b \longrightarrow \sim a$ لإثبات أن:
إذا كان $m + n$ عددًا زوجيًا $\longleftarrow$ m و n إما زوجيان كلاهما أو فرديان كلاهما.

2- أثبت أنه: إذا كان n^2 عدداً زوجيًا $\longleftarrow$ n عدد زوجي.

3- أثبت أنه: إذا كان n^3 عددًا فرديًا $\longleftarrow$ n عدد فردي.

النشاط الثاني
المثال المضاد

العبارات التالية جميعها خطأ.
أثبت خطأ كلٍّ منها بإعطاء مثال مضاد.

1- كل عدد صحيح يمكن كتابته على الصورة 2^n يوجد بجانبه عدد أولي يكبره بواحد أو يصغره بواحد.

2- كل عدد صحيح يمكن كتابته على الصورة $6n$ يوجد بجانبه عدد أولي يكبره بواحد أو يصغره بواحد.

3- كل عدد يمكن كتابته على الصورة $n^2 + 41n + 41$ هو عدد أولي.

4- كل عدد صحيح له عدد زوجي من العوامل، فعلى سبيل المثال، عوامل العدد 24 هي 1 وَ24، 2 وَ12، 3 وَ8، 4 وَ6 (عددها 8).

5- أكبر قيمة للزاوية الداخلية في الشكل الرباعي هي 179° (مقربة إلى أقرب عدد صحيح).

6- الفرق بين مربعي عددين صحيحين مختلفين يكون دائماً أكبر من الفرق بين العددين الصحيحين.

7- ضمن كل 1000 عدد، (مثل 1000 وَ1999) يوجد عدد مربع (مربع كامل)واحد على الأقل.

8- يوجد عدد أولي واحد على الأقل في كل عقد من السنوات (مثلاً: العقد 30–39 يضم السنوات 31 و37).

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث
برهان خطأ

فيما يأتي محاولتين لإثبات أن 2 = 1 (من البديهي إنهما غير صحيحين).

1- يقول محمد:

1= 2 وإليك برهاني:

افرض أن	1=2
بإضافة العدد 1=2 للطرفين	2=1
بالجمع	3=3

مما يثبت صحة فرضيتي وهي 2=1.

استخدم المنطق الرياضي لإثبات خطأ هذا البرهان.

2- يقول عبد الله:

افرض أن $x = y$	$x = y$
اضرب كل طرف من الطرفين في x	$x^2 = xy$
اطرح y^2 من كل طرف من الطرفين	$x^2-y^2 = xy - y^2$
حلل كل طرف إلى عوامله	$(x + y)(x - y) = y(x-y)$
اقسم كلا الطرفين على (x-y)	$x + y = y$
إذا كانت y = 1، و x = 1، وبالتعويض في المعادلة	$1 + 1 = 1$
	فإن $2 = 1$

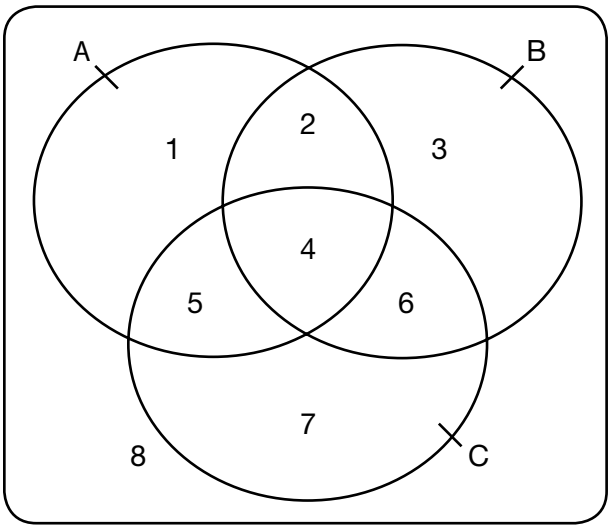
استخدم الاستدلال الرياضي لإثبات خطأ هذا البرهان.

3- كيف يمكنك التفريق بين (استخدام) المنطق الرياضي والاستدلال الرياضي لإثبات خطأ عبارة ما؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
أشكال فن

إليك أشكال فن لثلاث مجموعات A، B، C، وموضَّح عليها المناطق الثمانية، من 1 إلى 8.



1- اكتب الرموز الدالة على كل منطقة من 1 إلى 8 مستخدماً الرموز A، B، C، ∩، ∪، و '.

2- كوّن جدولاً لكل منطقة باستخدام الإنتماء أو عدمه للمجموعات A، B، C.

ملاحظة: استبدل قيم الصواب T و F بـِ ∈ أو ∉

3- اختر إحدى المناطق، مثل المنطقة 1.

كوّن جدول الصواب للعبارة التي استخدمت في الإجابة عن السؤال الأول.

4- هل تتفق القيم الموجودة في جداول الصواب الخاصة بالسؤالين 3 و4 مع القيم المقابلة لها في جدول الصواب الخاص بالسؤال 2؟ وإذا كانت تتفق، فهل هذا يعني أن إجابتك عن السؤال الأول صحيحة؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة الثالثة
المستقيمات المتوازية

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

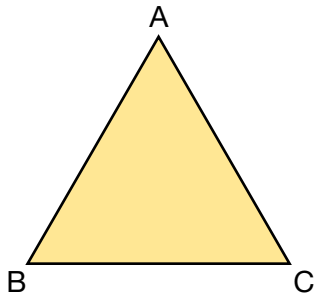
معلومات عن الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- تعميق الفهم للمستقيمات المتوازية
- إدراك المستقيمات المتوازية في الأشكال الهندسية
- القدرة على استعمال الفرق في الإحداثيات لحساب المسافات

النشاط الأول
الأشكال المتوازية

1- إليك مثلثًا متطابق الأضلاع.



إذا رسم خط مستقيم موازٍ لـ $\overline{AB}$، وآخر موازٍ لـ $\overline{BC}$، وثالث موازٍ لـ $\overline{AC}$، سوف يتكون مثلث جديد، إلا إذا تقاطعت هذه المستقيمات الثلاث في النقطة نفسها.

a) جرب هذا أكثر من مرة وتحقق من صحته.

b) هل لجميع المثلثات الأبعاد نفسها التي للمثلث الأصلي؟

c) هل المثلثات الجديدة جميعها متطابقة الأضلاع؟

d) هل المثلثات الناتجة من رسم مستقيمات موازية لأضلاع المثلث المتطابق الأضلاع ستكون متطابقة الأضلاع أيضاً؟ وضح كيف عرفت.

2- أعد تطبيق النشاط مع مثلث متطابق الضلعين، هل تحصل دائماً على مثلث متطابق الضلعين قياسات زواياه هي قياسات زوايا المثلث الأصلي نفسها؟

3- كرر النشاط السابق بمثلث مختلف الأضلاع، هل تتساوى قياسات زوايا المثلثات الجديدة مع قياسات الزوايا في المثلث الأصلي بغض النظر عن مقاس المثلث؟

4- الآن، ابدأ بمربع، هل تحصل على مربعات أخرى؟ متى تحصل على مربعات؟

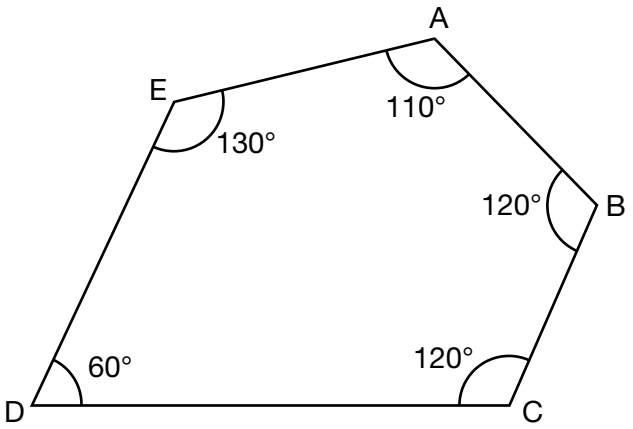
5- الآن، ابدأ بخماسي منتظم. ماذا سيحدث؟

النشاط الثاني
المستقيمات المتوازية في الأشكال الهندسية

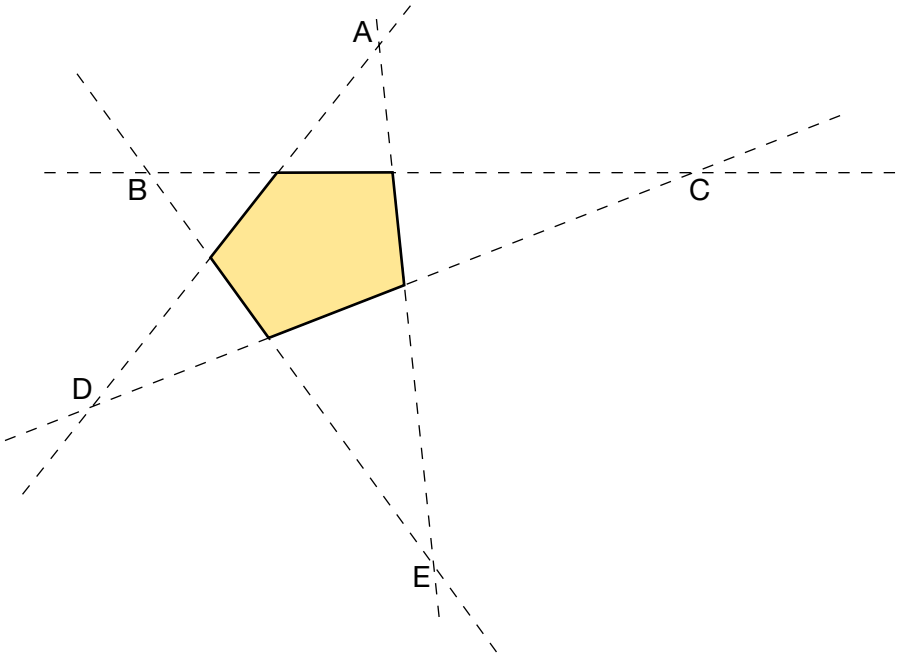
في هذه الأسئلة، يجب عليك استخدام قيم الزوايا المكتوبة في الرسم، وليس القياسات الحقيقية.

1- في هذا الشكل الخماسي المحدب، هل $\overline{BC}$ توازي $\overline{DE}$ ؟ وضِّح طريقة الحل.

الرسم غير دقيق



2- إذا قمنا بمد أضلاع الخماسي في الاتجاهين فإننا نحصل على شكل النجمة.



a) قس الزوايا الداخلية A ,B ,D ,E ,C لهذا الشكل أو لشكل مشابه.
ما مجموع هذه الزوايا؟

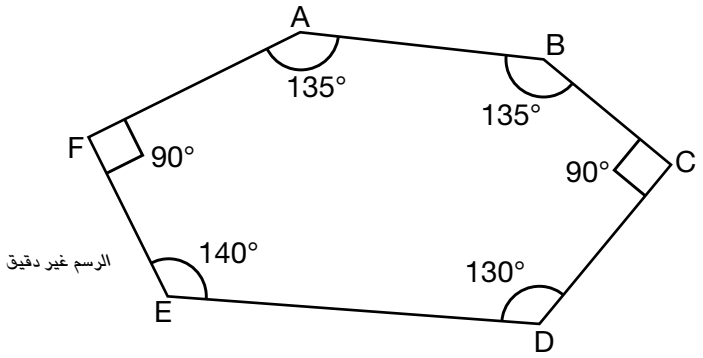
b) إذا مدت أضلاع أي شكل خماسي محدب آخر لا يحوي أضلاعًا متوازية، فهل يتساوى مجموع زواياه الداخلية مع مجموع الزوايا الداخلية للشكل أعلاه؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

c) إذا تم مَد أضلاع الشكل في السؤال الأول، فكم عدد النقاط المتكونة؟
وما مجموع الزوايا الداخلية الناتجة عند تلك النقاط؟

d) هل مجموع الزوايا الناتجة من مَد أضلاع الشكل الخماسي السابق لها المجموع نفسه لكل شكل خماسي مشابه له يحوي عدداً من الأضلاع المتوازية.

3- في الشكل السداسي التالي:



a) هل $\overline{AB}$ و$\overline{DE}$ متوازيتان؟ فسر كيف عرفت.

b) هل $\overline{BC}$ و$\overline{EF}$ متوازيتان؟ فسر كيف عرفت.

c) هل $\overline{CD}$ و$\overline{AF}$ متوازيتان؟ فسر كيف عرفت.

"موهبة .. حيث تنتمي"

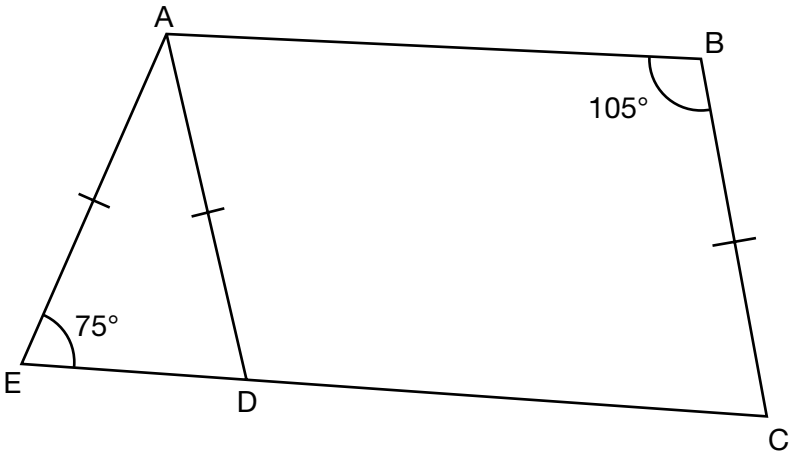
النشاط الثالث
متـوازي الأضـلاع

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين.

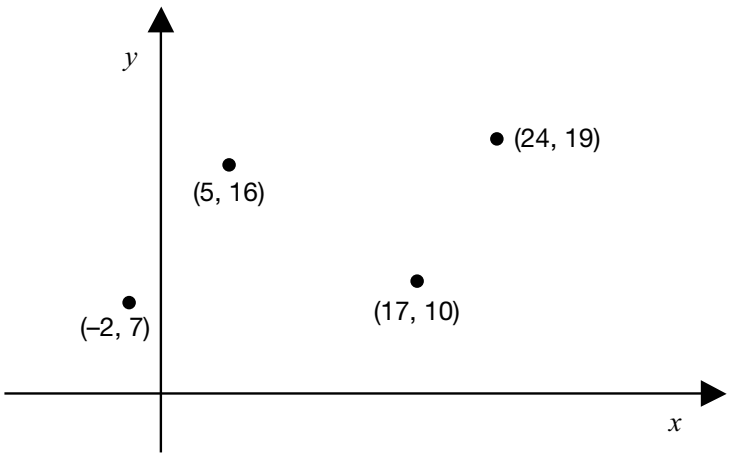
المربع والمستطيل والمعين كلها حالات خاصة من متوازي الأضلاع.

1- في الشكل التالي ABCD، طول $\overline{AE}$ تساوي طول كل من $\overline{AD}$ وَ $\overline{BC}$.
هل الشكل ABCD متوازي أضلاع؟ وضح إجابتك.

الرسم غير دقيق



2- إليك 4 نقاط في المستوى الإحداثي:

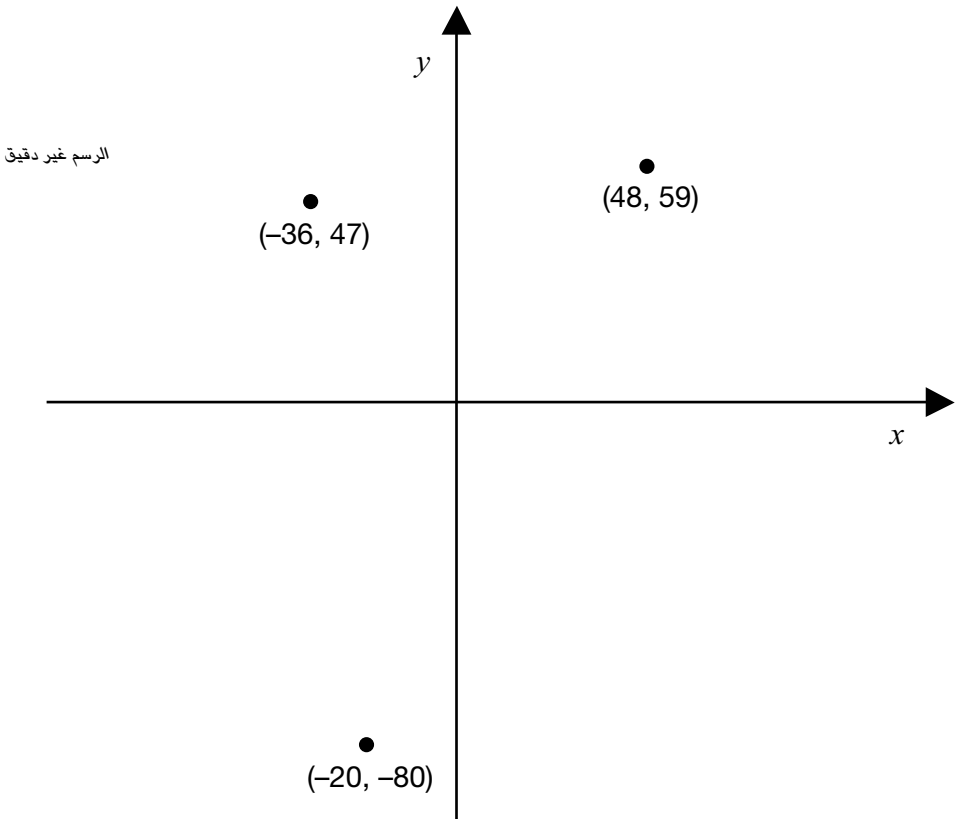


a) هل تشكل النقاط متوازي أضلاع؟ وضح إجابتك.

b) هل يمكنك تحديد إذا كانت الإحداثيات التالية تمثل متوازي أضلاع دون تمثيلها على المستوى الإحداثي؟ هل يمكنك تكوين صورة ذهنية هذه النقاط وشرح مواقعها دون رسمها؟

(i) (7, 5) (8, 11) (9, 6) (6, 10)
(ii) (8, 3) (10, 10) (8, 7) (10, 5)

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة



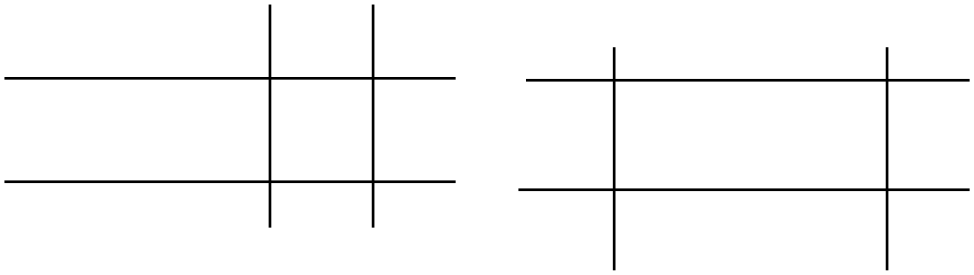
a) ما إحداثيات النقطة الرابعة التي تكوِّن متوازي أضلاع؟ اكتب الإجابات الثلاث الممكنة جميعها.

b) إذا أعطيت ثلاث نقاط، صِف طريقة لإيجاد النقطة الرابعة ليصبح الشكل متوازي أضلاع. وضح طريقتك مدعمة بالأمثلة.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الرابع
المربعات في المستوى الإحداثي

إذا تعامد زوجان من المستقيمات المتوازية فإن الشكل الناتج يكون مستطيلا. إذا كان البُعد العمودي بين المستقيمات المتوازية متساويًا، فإننا نحصل على مربع.

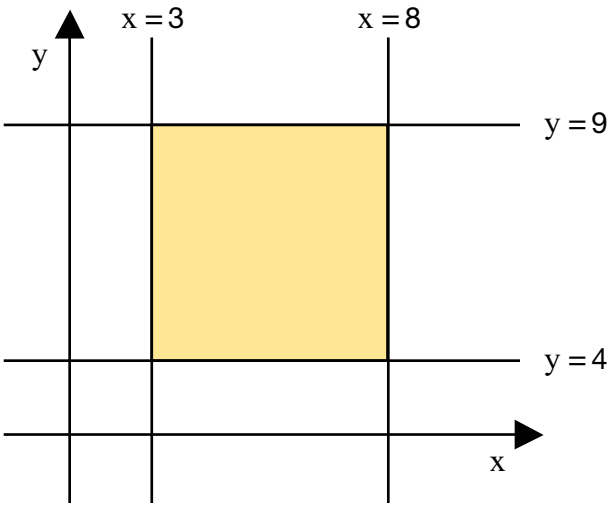


1- ارسم مستقيمين متوازيين وقس البُعد بينهما، ثم ارسم مستقيمين آخرين متوازيين البُعد بينهما يساوي البعد بين المستقيمين السابقين ويكونا متعامدين على المستقيمين السابقين.

نحصل بذلك على مربع.

ما مساحة المربع المتكون؟

2-



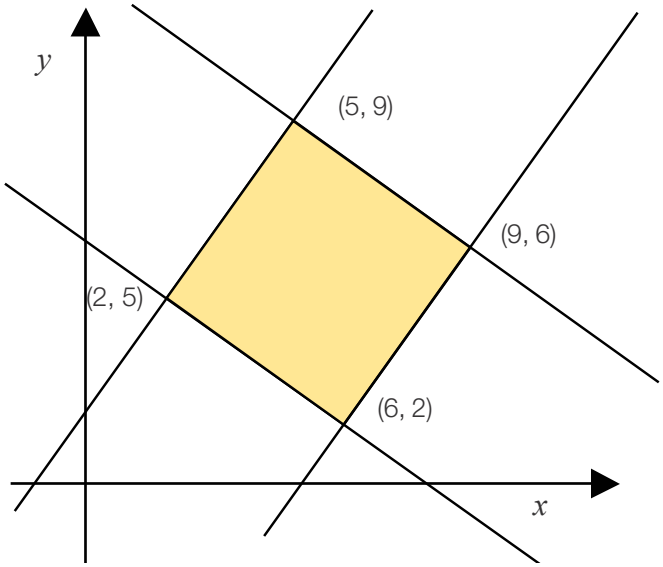
a) ما إحداثيات رؤوس هذا المربع؟

b) ما مساحة المربع؟

3- كيف يمكنك وصف إحداثيات رؤوس مربع مساحته 100 وحدة مربعة ومكوّن من مستقيمين أفقيين متوازيين ومستقيمين رأسيين متوازيين؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

4- ما مساحة المربع؟



5- اكتب إحداثيات رؤوس مربع مكون من مستقيمات متوازية ليست رأسية أو أفقية، ومساحته 100 وحدة مربعة.

6أ- ارسم مربعات مختلفة في المستوى الإحداثي بحيث تقع رؤوسها على تقاطعات شبكة المستوى الإحداثي باستخدام مستقيمات متوازية ليست أفقية ولا رأسية.

b) وضح كيف يمكنك التأكد من أنها مربعات.

(1) كيف يمكنك التحقق من أنّ المستقيماتِ المتوازيةَ متوازيةٌ فعلاً؟

(2) كيف يمكنك معرفة أن مجموعتي أزواج المستقيمات عمودية على بعضها بعضًا؟

(3) كيف يمكنك معرفة أن مجموعات المستقيمات لهما البعد العمودي نفسه عن بعضها؟

c) احسب مساحة المربعات التي حصلت عليها.

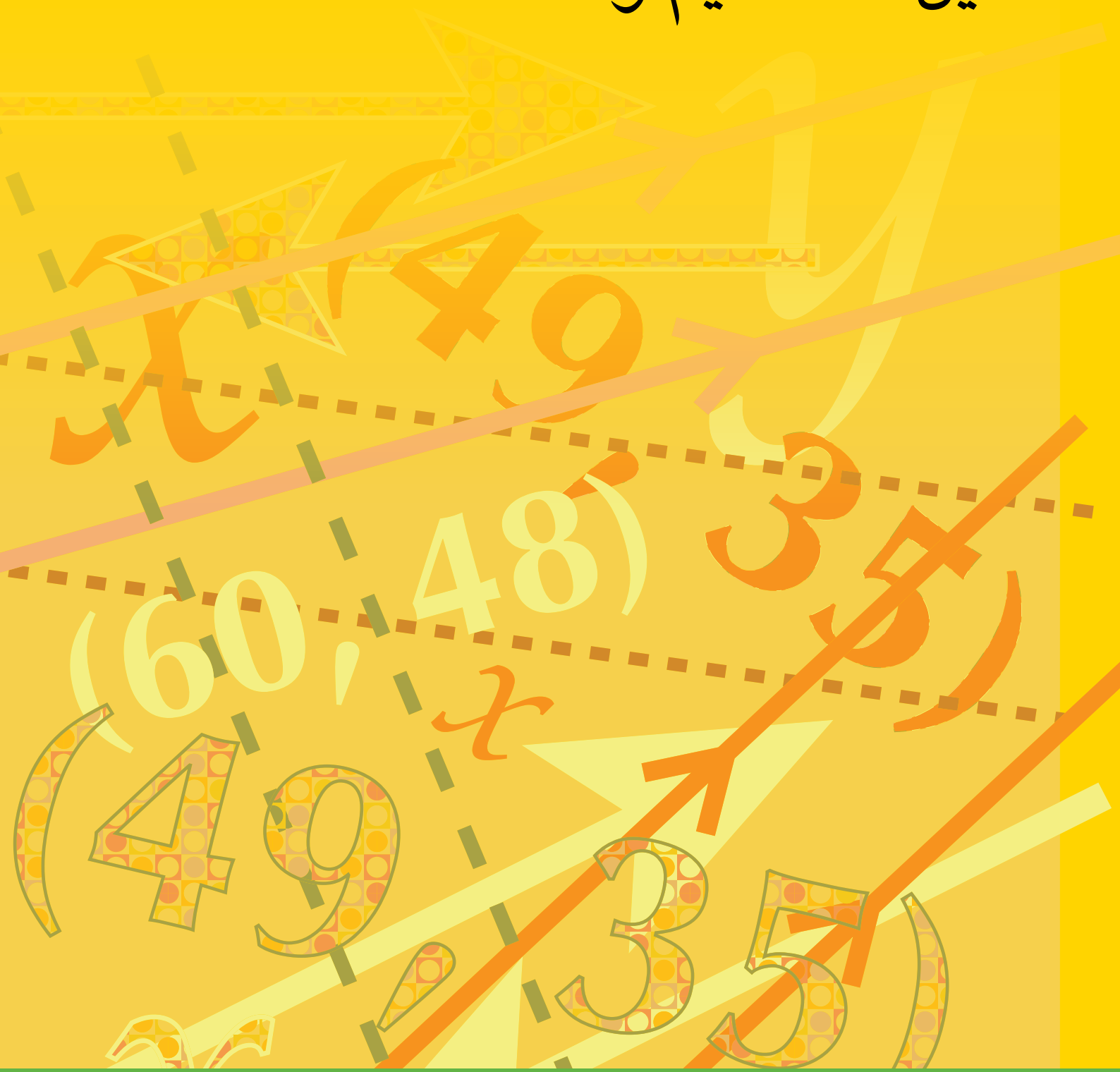
7- اكتب إحداثيات رؤوس المربع الذي مساحته 10وحدات مربعة.

لا يمكن الحصول سوى على عدد محدود من المربعات التي مساحتها أعداد كلية وتتكوَّن من توصيل النقاط على المستوى الإحداثي. فعلى سبيل المثال، يمكن الحصول على مربع مساحته 2، ولكن لا يمكن الحصول على مربع مساحته 3.

8- عند عمل مربعات في المستوى الإحداثي بحيث تكون رؤوسها عند تقاطعات المستقيمات المكونة للمستوى، ما القيم الممكنة لوحدات المساحة (حتى 20 قيمة)، وما هي القيم غير الممكنة؟ وضح لماذا هناك قيم غير ممكنة.

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة الرابعة
ميل المستقيم ومعادلته



مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

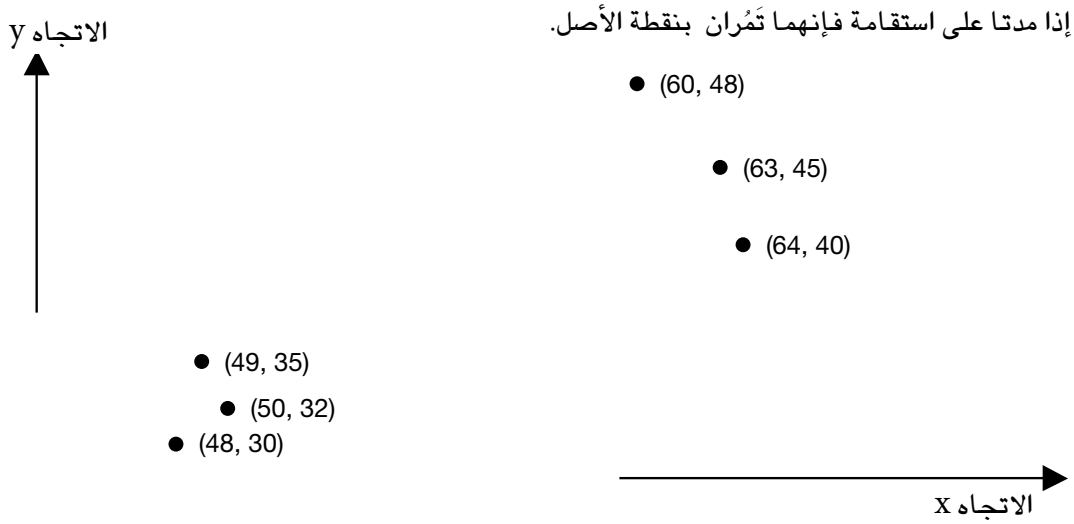
معلومات عن الوحدة

الهدف التعلمي للوحدة

- تعميق فهم معادلات المستقيم وعلاقتها بالميل والتقاطع.

النشاط الأول
تقاطع المستقيمات

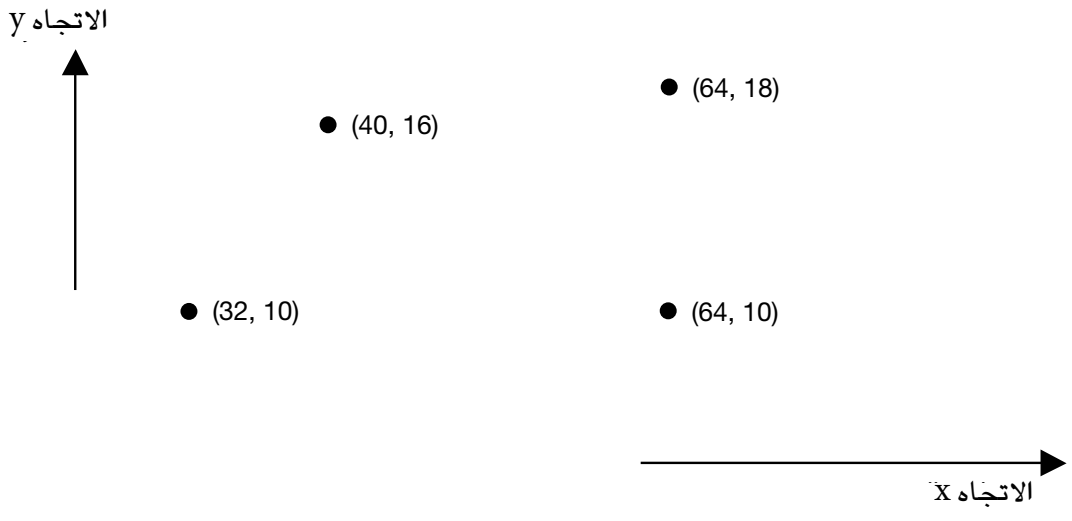
1- تتكون قطع مستقيمة بتوصيل النقاط الواقعة في المستوى الإحداثي أدناه، إذا علمت أن اثنتان من القطع المستقيمة إذا مدتا على استقامة فإنهما تَمُران بنقطة الأصل.



a) اكتب إحداثيي النقطتين اللتين تقعان على كل مستقيم من المستقيمين المارين في نقطة الأصل.

b) ما معادلة كل من المستقيمين المارين في نقطة الأصل؟

2- إليك 4 نقاط، كل نقطتين منها تقع على مستقيم، مكونة 6 مستقيمات.

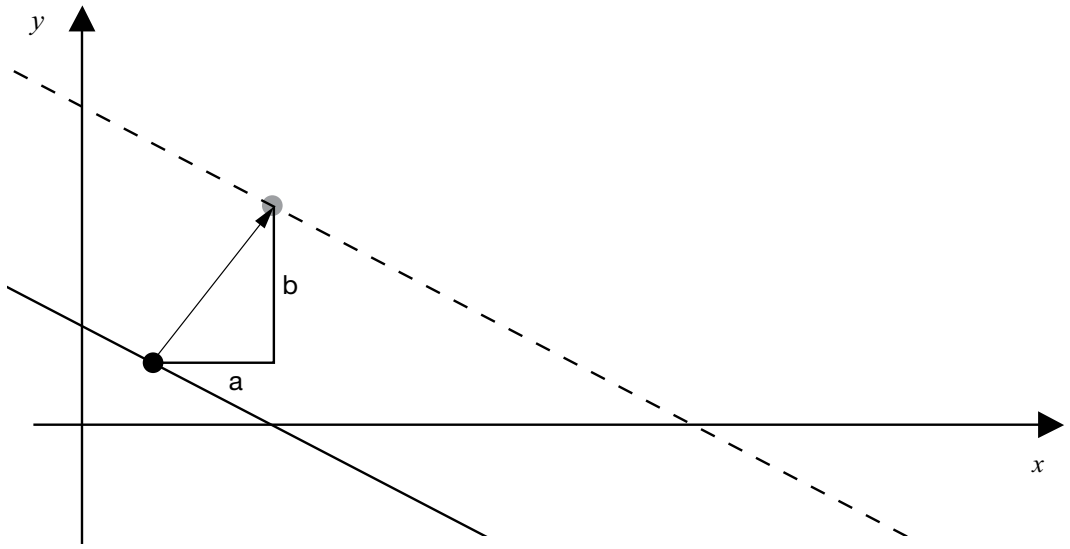


a) ما معادلات المستقيمات الستة؟

b) بخلاف النقطة (64, 10)، ما إحداثيات النقاط الثلاث التي تلتقي فيها المستقيمات؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

يبين الشكل نقطة على المستقيم الغامق، أزيحت إلى نقطة مقابلة لها على المستقيم الموازي المنقط.



يمكن إجراء إزاحة لمستقيم بهذه الطريقة عن طريق إزاحة كل نقطة من نقاطه بمقدار عدداً من الوحدات في الاتجاهx ، مثلاً a، وعدداً آخر من الوحدات في الاتجاه y، مثلاً b. ويمكن التعبير عن ذلك بالرمز T(a، b).

فمثلاً، إذا كانت معادلة المستقيم هي $y = -x + 1$، فإن صورة النقطة (0, 1) بتأثير الإزاحة T(2, 5) تصبح (2, 6) = (0 + 2, 1 + 5) .

a1) إذا أجرينا إزاحة للمستقيم $y = 2x + 1$ بنقل كل نقطة مقدار وحدتين في الاتجاه x، وثلاث وحدات في الاتجاه y، أي بالإزاحة T(2, 3).

فما معادلة المستقيم بعد الإزاحة؟

b) إذا أجرينا الإزاحة T(3, 5) للمستقيم $y = 2x + 1$، فما معادلة المستقيم بعد الإزاحة؟

c) أوجد إزاحتين تنقلان المستقيم $y = 2x + 1$ إلى صورته في الإزاحة السابقة.

d) ما القاعدة العامة للإزاحة التي ينتج عنها أن صورة المستقيم $y = 2x + 1$ تظل ثابتة دون تغيير؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

a2) أوجد ثلاثة إزاحات تجعل أيًّا من المستقيمين $y = -3x + 4$، $y = -3x + 2$ صورة للآخر.

b) ما القاعدة العامة لتلك الإزاحات؟

a3) أوجد إزاحتين تنقلان المستقيم $y = -5x + 5$ إلى نفسه.

b) ما قاعدة الإزاحة العامة التي تنقل هذا المستقيم إلى نفسه؟

c) ما قاعدة الإزاحة العامة التي تنقل المستقيم $y = mx + c_1$ إلى نفسه؟

4- ما قاعدة الإزاحة العامة التي تنقل المستقيم $y = mx + c_1$ إلى $y = mx + c_2$؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث
إنشاء مثلثات من مستقيمات

سوف يتكون مثلث من أية ثلاثة مستقيمات في المستوى نفسه، وذلك ما لم يكن اثنان من المستقيمات متوازيين، أو تلاقت جميعها في نقطة واحدة.

a1) ما رؤوس المثلث الناتج من المستقيمات الثلاثة الآتية؟

$y = x + 1$ $y = 2x + 1$ $y = 3x - 1$

b) اكتب معادلة مستقيم لا يشكل مثلثاً مع المستقيمين الآتيين:

$y = x + 2$ $y = 2x + 2$

c) هل تكوّن المستقيمات الثلاثة الآتية مثلثًا؟ وضح كيف عرفت ذلك.

$y = x + 6$ $y = 2x + 2$ $y = 3x - 2$

a 2) هل تشكل المستقيمات الثلاثة الآتية مثلثًا قائم الزاوية؟ وضح كيف عرفت ذلك.

(1) $y = x + 4$ $y = 2x + 2$ $y = 6 - x$

(2) $y = x + 4$ $y = 2x + 2$ $y = 8 - x$

(3) $y = x + 4$ $y = 2x + 2$ $y = 10 - \frac{x}{2}$

b) لكل مستقيمين من المستقيمات الآتية اكتب معادلة مستقيم ثالث بحيث تشكل المستقيمات الثلاثة مثلثًا قائم الزاوية.
في كل حالة، أوجد إحداثيات رؤوس المثلثات التي حصلت عليها.
هل هناك أيّ استثناءات؟

(1) $y = \frac{x}{2} + 5$ $y = 5x + 5$

(2) $y = x - 2$ $y = 1 - 2x$

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
المسافة الهندسية

1- اكتب النقاط جميعها بحيث تكون إحداثياتها أعدادًا صحيحة تبعد 5 وحدات عن نقطة الأصل.

a2) بالنسبة للمستقيمين $y = 2x$ و $y = 3x$ أوجد:

(1) قيمة x التي تجعل المسافة الرأسية بين المستقيمين تساوي 10 وحدات.

(2) قيمة y التي تجعل المسافة الأفقية بين المستقيمين تساوي 10 وحدات

b) رُسم مستقيمان يمران بنقطة الأصل. أحدهما $y = 2x$، والمسافة الأفقية بينهما 40 وحدة عندما $y = 100$.
ما معادلة المستقيم الثاني؟ (هناك حلان ممكنان)

3- اثبت أن المسافة العمودية d بين المستقيمين المتوازيين $y = 2x$ و $y = 2x + c$
يمكن التعبير عنها بالعلاقة $d = \sqrt{(0.2c^2)} = \sqrt{0.2}\,|c|$.

4- أوجد أقصر مسافة ممكنة بين كلّ مستقيمين من المستقيمات المتوازية الآتية:

a) $y = x$ و $y = x + 1$

b) $y = x$ و $y = x + 2$

c) $y = x$ و $y = x + c$، $(c > 0)$

d) $y = x + c$ و $y = x + d$، $(d > c)$

5- إذا كانت المسافة الرأسية بين المستقيمين $y = mx - 2$ و $y = -2x + c$،
تساوي 5 وحدات عندما $x = 2$، وتساوي 40 وحدة عندما $x = 7$ ، فأوجد:

(1) قيمتي الثابتين c و m.

(2) حلاً آخر لقيمتي الثابتين c و m.

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة الخامسة
تطابق المثلّثات

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

معلومات عن الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- اكتساب القدرة على تطبيق المعرفة السابقة عن التطابق على مهام وأنشطة رياضيّة
- تعميق فهم صياغة براهين التطابق
- الفهم المتعمق لشروط التطابق

النشاط الأول
العلاقات بين أنواع المثلثات

يوجد ستّة أسماءٍ لأنواع المثلثات:

- ثلاثة منها بدلالة الزاوية (حادّ الزوايا، منفرج الزاوية، قائم الزاوية).
- وثلاثة بدلالة الأضلاع (مختلف الأضلاع، متطابق الضلعين، متطابق الأضلاع)

1- اكتب أكبر عددٍ ممكن من العبارات الصحيحة التي تربط بين أنواع المثلثات بحسب زواياها وأضلاعها مستعملاً الكلمات "جميع"، "بعض"، "لا يوجد". وفيما يلي ثلاثة أمثلة:

المثلثات المتطابقة الأضلاع جميعها تكون مثلثات حادّة الزوايا.

بعض المثلثات قائمة الزاوية تكون مثلثات مختلفة الأضلاع.

لا يوجد مثلث منفرج الزاوية ومتطابق الأضلاع.

2- صمّم تمثيلاً مناسبًا (قائمة أو جدول أو مصفوفة) لتعرض العبارات الصحيحة.

النشاط الثاني
المثلثات حيث النسبة بين الزوايا: $n : n + 1 : n + 2$

1- ما قياسات زوايا مثلث النسبة بين قياساتها 1 : 2 : 3؟

2- ما قياسات زوايا مثلث النسبة بين قياساتها 2 : 3 : 4؟

3- اكتب جميع زوايا المثلثات التي تكون النسبة بين قياساتها $n: n + 1: n + 2$.

4- أكتب أكبر عددٍ ممكن من خصائص المثلثات اعتمادًا على نتائجك السابقة.

5- حاول برهنة الخصائص التي لاحظتها.

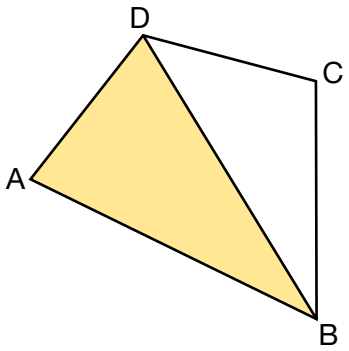
النشاط الثالث
تجزئة المثلث إلى مثلثات متطابقة

1- ارسم المثلث ABC، وعيّن نقطة المنتصف لكل ضلع فيه (D, E, F). وصِلْ بين كل نقطتين منها لتشكل أربعة مثلثات داخل المثلث الأصلي.

2- أثبت أن المثلثات الأربعة AFD, FCE, DEB, DFE المرسومة داخل المثلث الأصلي متطابقة.

النشاط الرابع
المثلثات المشتركة بضلع

يبيّن الشكل الآتي مثلثين مشتركين في ضلع، هما المثلث ABD وBCD.



1- إذا كان قياس الزاوية ABD يساوي قياس الزاوية DBC، و$\overline{AD}$ تطابق $\overline{DC}$. فأي العبارات الآتية صحيحة؟

a) المثلثان ABD وBCD غير متطابقين.

b) قد يتطابق المثلثان ABD وBCD.

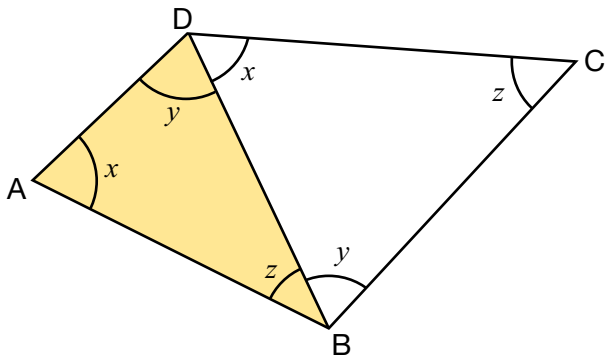
c) المثلثان ABD وBCD متطابقان حتمًا.

ارسم شكلاً دقيقًا يؤكد إجابتك.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

2- افرض الآن أن المعلومة الوحيدة لدينا حول المثلثين هي أن قياسات الزوايا الثلاث (y، و x و z) في المثلث BCD تساوي قياسات الزوايا الثلاث في المثلث BDA. أي x، وy، و z.

a) ما عدد الطرق المختلفة لترتيب الزوايا x، وy، و z في المثلث BCD؟ وفيما يلي مثال على ذلك.



b) كل طريقة لترتيب الزوايا تعطي زوجًا مختلفًا من المثلثات.

فما الشروط التي تجعل أزواج المثلثات متشابهة؟ وما الشروط التي تجعل أزواج المثلثات متطابقة؟

برّر إجابتك.

النشاط الخامس
شروط التطابق المتعلقة بالمساحات

المثلثان المتطابقان لهما المساحة نفسها، أما المثلثان اللذان لهما المساحة نفسها فليس بالضرورة أن يكونا متطابقين.

1- هاتِ مثالاً يدعم صحّة العبارة السابقة.

2- حدد أيّ العبارات في الصفحتين الآتيتين تمثل شرطًا للتطابق.

وفي كل حالة، إذا كانت الشروط ليست كافية للتطابق، فأعطِ تبريراً أو مثالاً يبيّن أنها ليست كافية.

وإذا اعتقدت أنها كافية فبرر ذلك.

a) المثلثان متساويان في المساحة، وقياسا زاويتين في أحدهما يساويان قياسي زاويتين في المثلث الآخر.

b) المثلثان متساويان في المساحة، وطولا ضلعين في أحدهما يساويان طولي ضلعين في المثلث الآخر.

"موهبة .. حيث تنتمي"

c) المثلثان متساويان في المساحة، وقياسا ضلع وزاوية مجاورة له في أحدهما يساويا قياسي ضلع وزاوية مجاورة له في المثلث الآخر.

d) المثلثان متساويان في المساحة. وقياسا ضلع والزاوية المقابلة له في أحدهما يساويا قياسي ضلع والزاوية المقابلة له في المثلث الآخر.

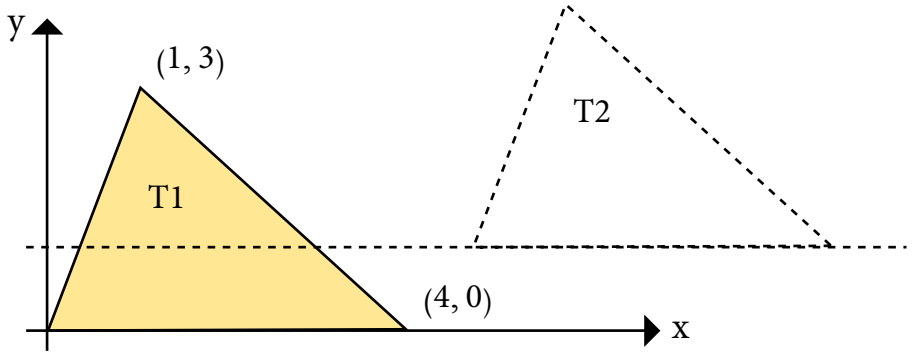
3) هل كل مثلثين لهما المساحة نفسها والمحيط نفسه متطابقان؟

إن كان الجواب لا، فقدّم تبريرًا، أو أعطِ مثالاً يبيّن أنّهما ليسا متطابقين بالضرورة. وإن اعتقدت أنهما متطابقان، فقدّم تبريرًا لذلك.

النشاط السادس
التحويلات الهندسية للمثلثات

يبيّن الشكل أدناه المثلث T1، ورؤوسه هي: نقطة الأصل، و (1, 3) و (4, 0).

والمثلث المنقّط T2 قاعدته أفقيّة ويطابق المثلث T1. أما المثلث T2 فهو ناتج إزاحة المثلث T1.



1a) أوجد معادلات المستقيمات الثلاثة التي تشكل أضلاع المثلث T1.

b) إذا أزيح رأس المثلث T1 الواقع عند نقطة الأصل إلى النقطة (6, 3)، فما إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث T2؟

c) وضّح لماذا لا يمكن أن تكون النقاط (21, 2)، (25, 2)، و (22, 6) رؤوسًا للمثلث T2.

d) إذا سُحِبَ رأس المثلث T1 الواقع عند نقطة الأصل إلى النقطة (a, 1)، فاكتب إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث T2 بدلالة a.

e) إذا وقع رأسان للمثلث T2 على المستقيم $y = -x + 15$، ووقع رأسان على المستقيم $y = 1$، فما معادلة المستقيم الثالث الذي يقع عليه رأسا المثلث T2.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

2- دُوّر المثلث T1 بزاوية 90º عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ليشكل مثلثا ثالثًا T3.

a) أوجد إحداثيات رؤوس المثلث T3.

b) أوجد ميل كل ضلع من الأضلاع الثلاثة للمثلث T3.

c) قارن بين ميل كل ضلع للمثلث T3 بميل الضلع المناظر له في المثلث T1 الذي وجدته في السؤال الأول.
ما العلاقة بين كل ميلين؟

الوحدة السادسة
العلاقات في المثلثات

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

معلومات عن الوحدة

الأهداف التعلمية للوحدة

- القدرة على استعمال الخصائص الهندسية للمثلثات، وتطبيقها في البراهين، وحل المسائل
- الألفة بالبرمجيات الهندسية، والقدرة على إنشاء أشكال ذات خصائص محددة

النشاط الأول
الأقطار مُنصِّفة الزوايا

1- القطر AC للشكل الرباعي ABCD ينصّف الزاويتين BAD، و BCD.

a) ما الاسم الرياضي للشكل ABCD؟

b) اكتب برهانًا رياضيًّا يثبت صحة إجابتك على الفرع a.

2- ينصف قطرا الشكل الرباعي EFGH زوايا الرؤوس الأربعة.

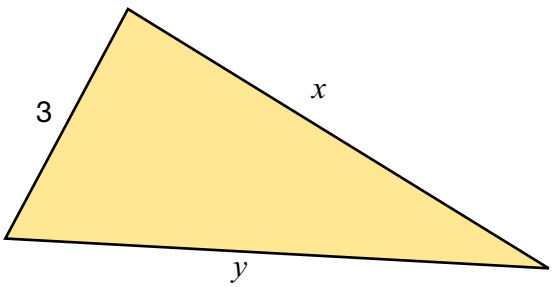
a) ما الاسم الرياضي للشكل EFGH؟

b) اكتب برهانًا رياضيًّا يثبت صحة إجابتك على الفرع a.

النشاط الثاني
متباينة المثلث

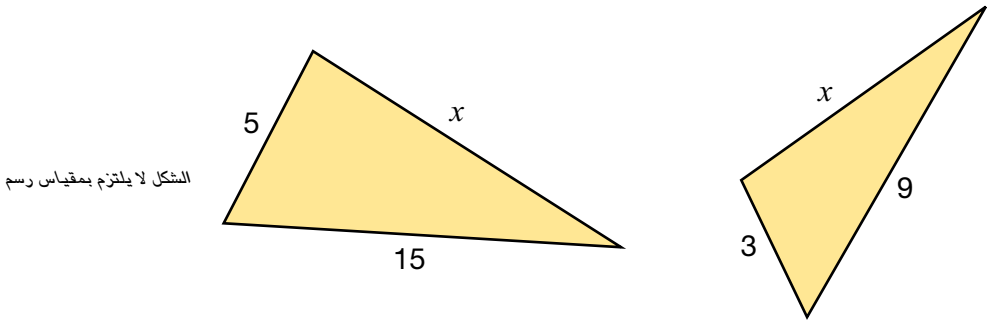
1- ما مجال القيم الممكنة لمحيط المثلث الآتي؟

الشكل لا يلتزم بمقياس رسم



"موهبة .. حيث تنتمي"

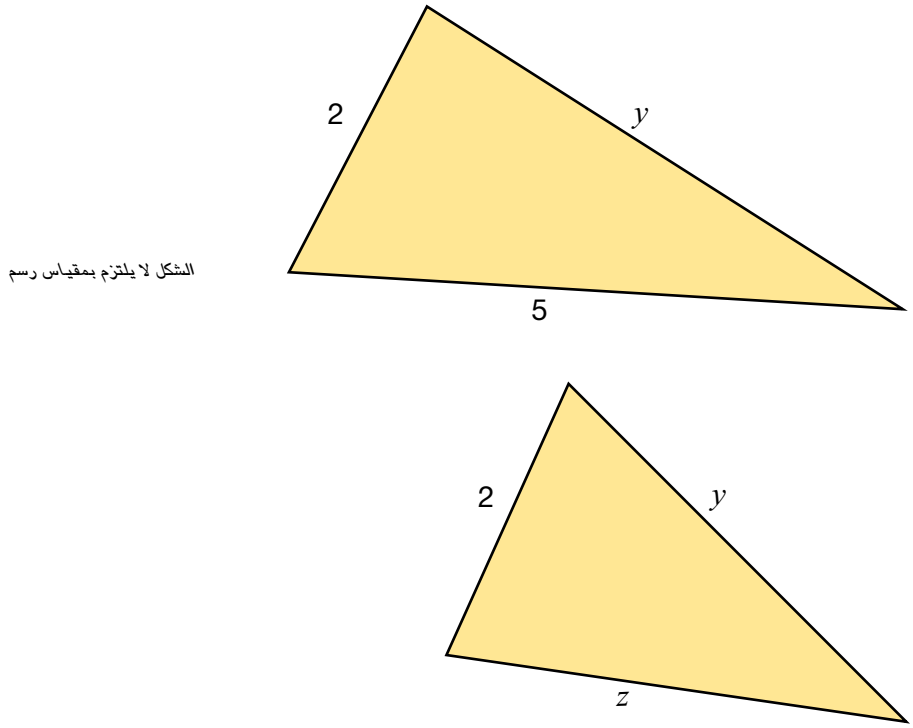
2- يبيّن الشكل أدناه أطوال أضلاع مثلثين. وفي الحالتين تأخذ x القيمة نفسها.



a) اكتب متباينة تحققها x في كلّ مثلث لجميع قيم x التي تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقة.

b) ما القيمة الوحيدة الممكنة لِـ x حيث x عدد صحيح ؟

3- يبيّن الشكل أدناه أطوال أضلاع مثلثين. وفي الحالتين تأخذ y القيمة نفسها.

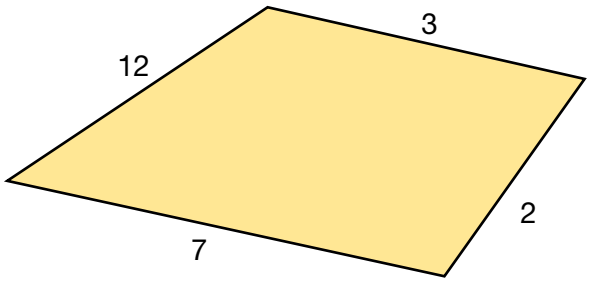


a) ما مجال القيم الممكنة لِـ z؟

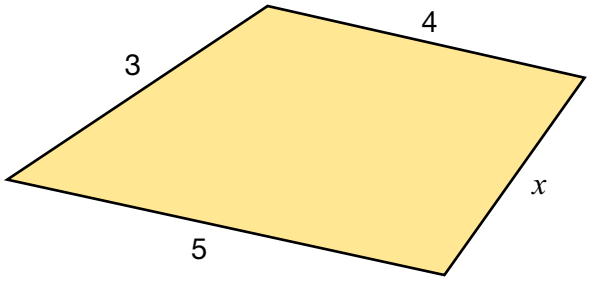
b) وضّح تبريرك.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

4- استعمل متباينة المثلث لإثبات أنه لا يمكن رسم الشكل الرباعي أدناه بالأبعاد المعطاة.

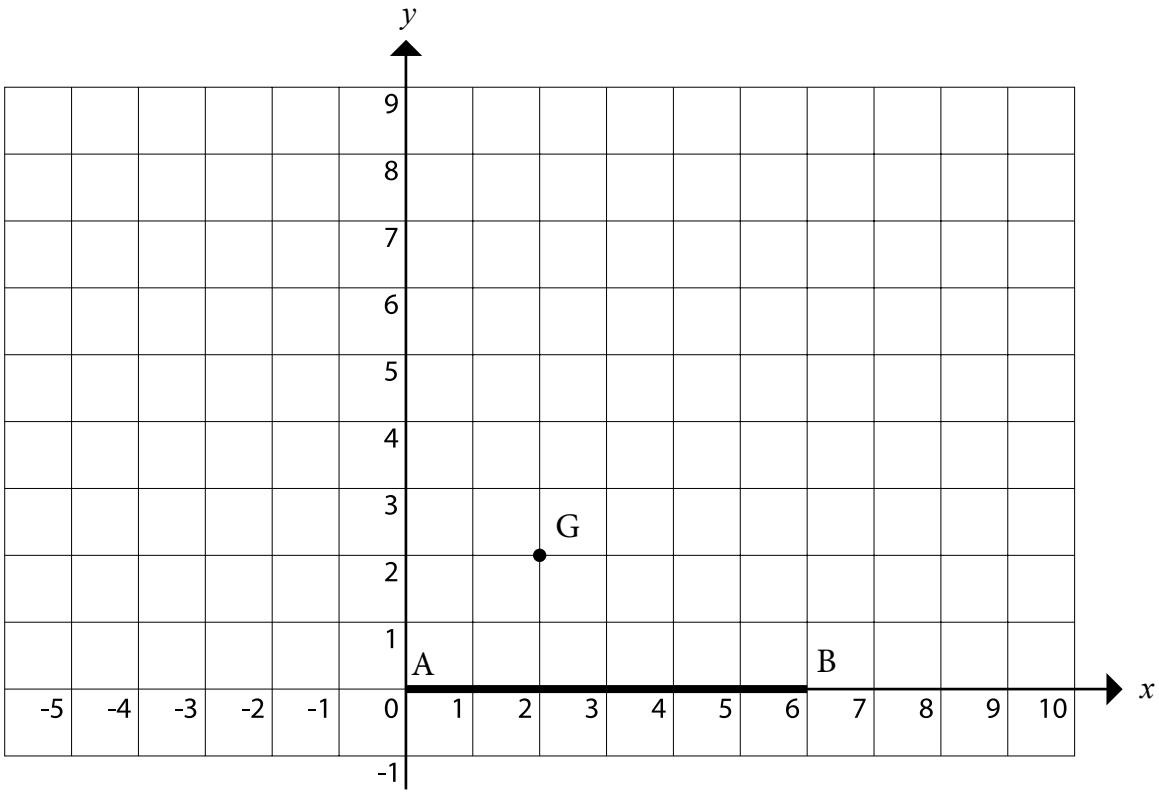


5- أوجد مجال القيم الممكنة لِـ x في الشكل الرباعي أدناه:



النشاط الثالث
حركة القطعة المتوسطة في المثلث

عُيّنت ثلاث نقاط هي: A، وB و G على المستوى الإحداثي أدناه.



حيث تمثل القطعة المستقيمة AB أحد أضلاع المثلث.

وتمثل النقطة G وهي نقطة تلاقي المستقيمات المتوسطة في المثلث.

1- أوجد إحداثيات الرأس الثالث c للمثلث.

2- إذا حُرّكت النقطة G إلى موقع آخر على المستقيم $y = 2$ نفسه، فما الإحداثيات الجديدة للرأس C؟ كيف يمكنك التأكّد من أن ذلك صحيح دائمًا.

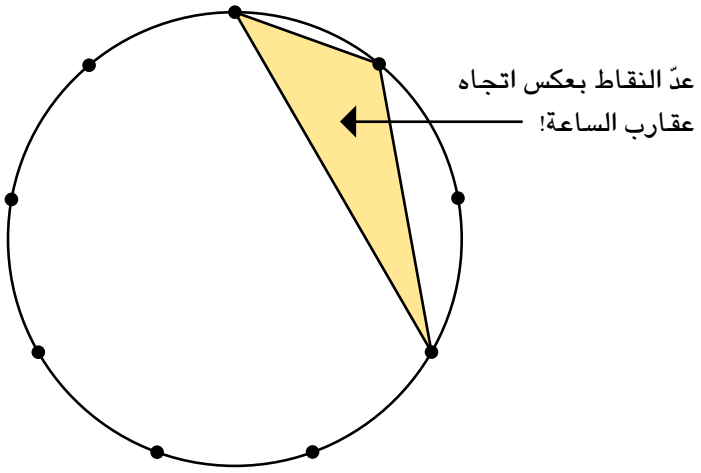
3- أوجد قاعدة لإيجاد الإحداثي x الجديد للرأس C بدلالة الإحداثي x للنقطة G.

4- إذا أمكن تحريك النقطة G بحيث تبقى دائمًا على المستقيم $y = x$، فما معادلة المستقيم الذي يجب أن تبقى عليه النقطة C؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
المثلثات في دوائر النقاط التسع

يبيّن الشكل أدناه دائرة عليها تسع نقاط. والمسافات بين كل نقطتين متتاليتين على الدائرة متساوية. ويمكن تكوين مثلثات بالتوصيل بين هذه النقاط.



1- ما عدد المثلثات المتمايزة التي يمكن رسمها على دائرة النقاط التسع؟

حدّد كلَّ مثلث باستعمال نظام الترميز ثلاثيّ الأرقام.

ارشاد: تحسب المثلثات المتشابهة التي في مواقع مختلفة، أو التي كل منها انعكاس للآخر مرّة واحدة.

2- كيف تتأكد من أنك وجدت المثلثات جميعها؟

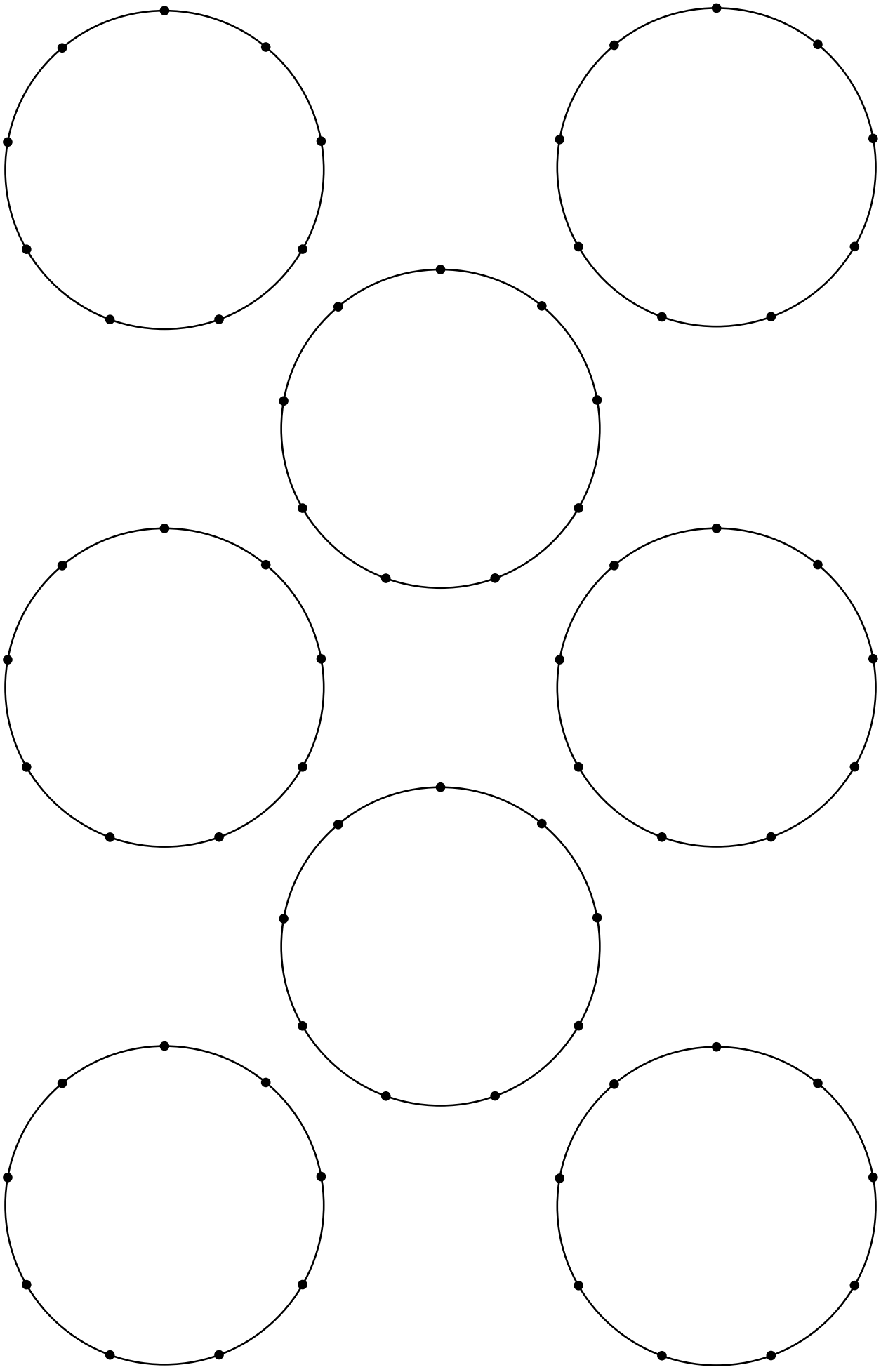
3- ما قياسات الزوايا في كلِّ مثلث من المثلثات التي حدّدتها؟

4- ما العلاقة بين المثلث وزواياه؟

5- كيف ستكون العلاقة بين المثلث وزواياه إذا كان المثلث ناتجًا من توصيل النقاط على دائرة النقاط العشرة؟

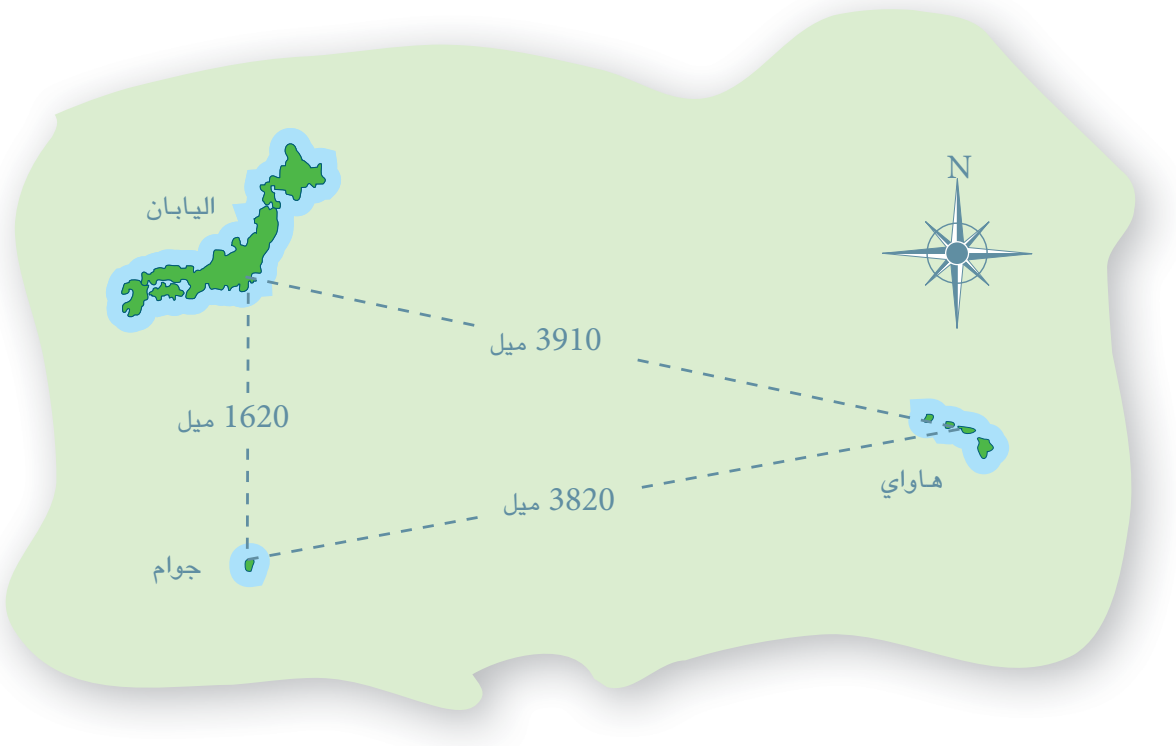
6- كيف ستكون العلاقة بين المثلث وزواياه على دائرة النقاط التي عددها n (أي دائرة عليها n من النقاط على أبعادٍ متساوية).؟

"موهبة .. حيث تنتمي"



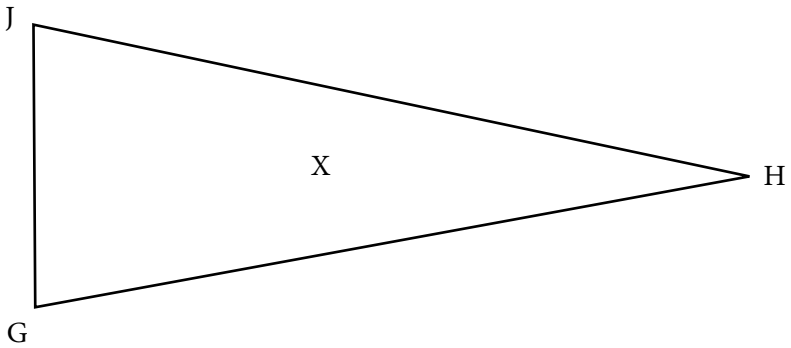
في عام 1410 هجري/ 1989 ميلادي أكمل اتحاد من شركات الاتصالات مد خط رئيس جديد من الألياف الضوئية عبر المحيط الهادئ يُدعى TPC–3، يربط بين اليابان وجزيرتي جوام وهاواي.

وبما أن كلاً من الألياف الضوئية هي نفسها، وأن عملية مدّها عبر قاع المحيط مكلف جدًّا (تقريبًا بين 200 ألف ريال و400 ألف ريال لكل ميل)، فقد كان من المهم لشركات الاتصالات أن تجد طريقة لربط الجزر الثلاث بأقل تكلفة ممكنة.



مهمتك المطلوبة

إذا كنت تعمل مستشار رياضيات لدى اتحاد الشركات. وما تريده الشركة هي نقطة وصل مركزية، X، حيث يكون XJ + XG + XH أقصر مسافة ممكنة – انظر الشكل أدناه.



"موهبة .. حيث تنتمي"

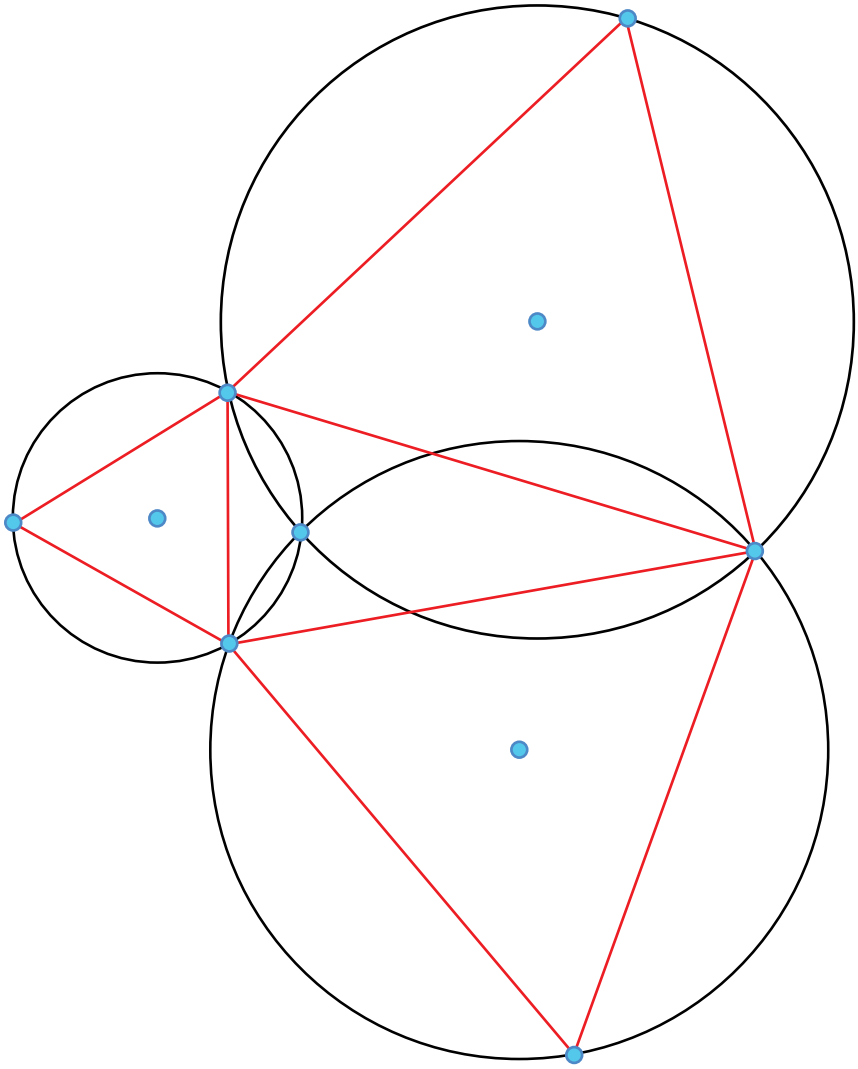
السؤال الأول

استعمل نظامًا هندسيًّا ديناميًا، مثل Geo Gebra لمعرفة النقطة التي مجموع أبعادها عن رؤوس المثلث أقل ما يمكن. هل هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث أم مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث؟ أم مركز المثلث؟ أم ملتقى الارتفاعات؟

ثم يقوم زميل لك برسم الشكل أدناه قائلاً: "هذا الشكل سيساعدك".

فيرسم مثلثًا متطابق الأضلاع على كل ضلع للمثلث الأصلي، ومن ثمَّ يرسم دائرة تمر برؤوس كلّ مثلث.

وتعرف النقطة التي تلتقي عندها الدوائر الثلاث باسم نقطة ستاينر (Steiner point)، حيث تكون نقطة الوصل المركزية الممكنة.



السؤال الثاني

استعمل نظامًا هندسيًا مثل Geo Gebra لمعرفة ما إذا كان هذا المدخل يعطيك مسافة كليَّة أقصر من تلك التي وجدتها في السؤال الأول.

السؤال الثالث

اكتب تقريرًا مختصرًا لمدير الشركات تبيّن فيه أين ستقع نقطة الوصل المركزيّة، مرفقًا بمبررات اقتراحاتك.

الوحدة السابعة
الأشكال الرباعية

معلومات عن الوحدة

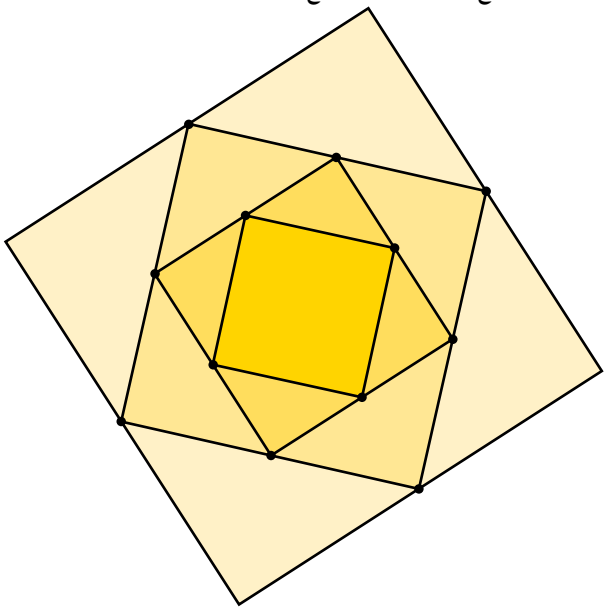
الهدف التعلمي للوحدة

- تطوير فهم الطلاب لخصائص الأشكال الرباعية المختلفة

النشاط الأول
تناقص المساحات

السؤال الأول

يبين الشكل الآتي أربعة مربعات. وتقع رؤوس كل مربع من المربعات الثلاثة الداخلية عند نقطة منتصف ضلع من أضلاع المربع الأكبر التالي له.



a) افرض أن مساحة المربع الأكبر 100سم^2، احسب أطوال أضلاع المربعات جميعها ومساحاتها، واستخدم هذه النتائج لإكمال الجدول الآتي:

المربع	طول الضلع	المساحة	نسبة مساحة المربع إلى مساحة أكبر مربع
1			
2			
3			
4			

b) صف النمط في مساحة هذه المربعات.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

a2) ارسم مستطيلاً أبعاده 16سم، و12سم، صل بين منتصفات أضلاعه لتكون شكلاً جديدًا. استمر في الطريقة نفسها لعمل سلسلة من الأشكال المتداخلة.

b) ماذا تلاحظ من هذه الأشكال؟

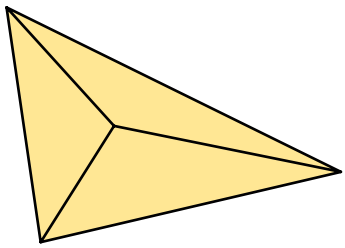
c) اتبع الطريقة نفسها في السؤال الأول، وكوّن جدولاً لحساب أطوال أضلاع المستطيلات الداخلية ومساحاتها، ثم احسب نسبة هذه المساحة إلى مساحة المستطيل الأكبر.

d) صف النمط في مساحة هذه الأشكال.

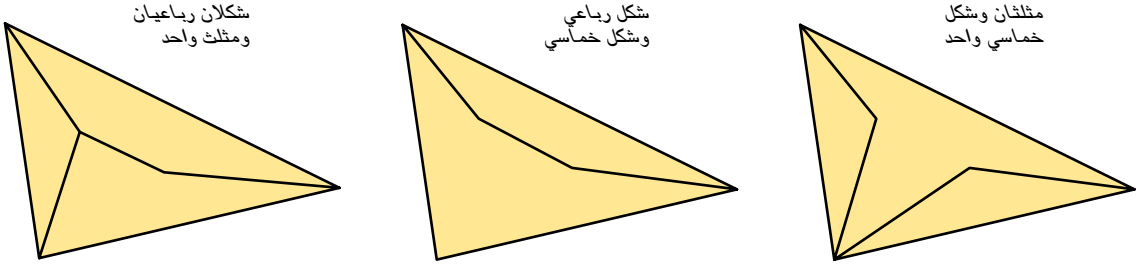
3- ارسم عدة أشكال رباعية مختلفة على الصفحة المقابلة مثل: متوازي أضلاع، وشبه المنحرف، وطائرة ورقية، أو أي شكل رباعي مختلف الأضلاع، واتبع الأسلوب نفسه في الأسئلة السابقة. ما الأشكال التي ستحصل عليها؟ وهل يوجد النمط نفسه في مساحة الأشكال المتتالية؟

النشاط الثاني
تجزئة المثلث إلى أشكال رباعية

إذا وصلت نقطة داخل المثلث برؤوسه، فإنها تشكل ثلاثة مثلثات.



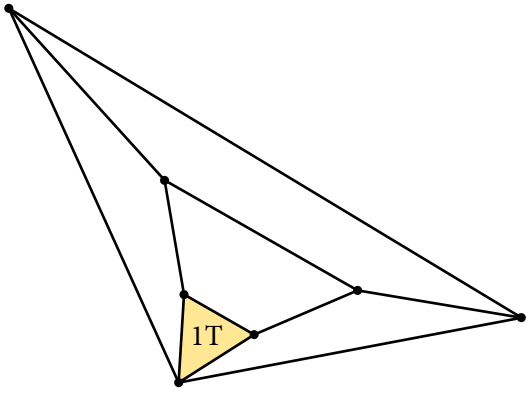
إذا حُدِّدتْ نقطتان داخل مثلث، يمكن التوصيل بينهما، كما يمكن توصيلهما برؤوس المثلث، وسينتج عن ذلك عدة تراتيب مختلفة، إليك ثلاثة منها:



a1) ما الأشكال الناتجة من وصل ثلاث نقاط داخل المثلث مع بعضها أو بعض منها ومع رؤوس المثلث وبطرق مختلفة؟

b) هل يوجد ترتيب منها يتضمن أشكالاً رباعية فقط.

2- حُدِّدت أربع نقاط داخل المثلث، ثم وصلت ببعضها وبرؤوس المثلث بطريقة معيّنة كما في الشكل أدناه. فتم تجزئة المثلث إلى أربعة أشكال رباعية، ومثلث واحد هو T1.



a) ارسم مثلثاً وحدد أربع نقاط داخله. هل يمكن الوصل بين النقاط ورؤوس المثلث بطريقة مختلفة بحيث لا يتبقى في الأشكال الناتجة سوى أشكال رباعية فقط (أي بدون المثلث T1)؟

b) هل تتأثر النواتج إذا تغير شكل المثلث؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

c) ماذا ينتج إذا حُدِّدَتْ خمسُ نقاط أو ستّ أو أكثر داخل المثلث هل بإمكانك عمل تصميم يقسم مثلثًا إلى أشكال رباعية فقط؟

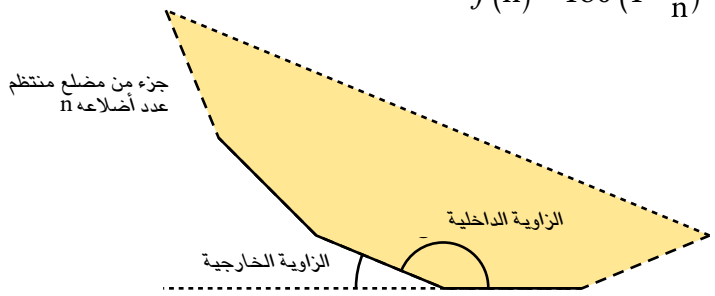
d) إذا كانت الإجابة لا، فما السبب؟

3- هل يمكن تقسيم شكل خماسي إلى أشكال رباعية فقط عند وصل نقاط محددة داخله معًا ومع رؤوسه؟ إذا كانت الإجابة لا، فما السبب ؟

النشاط الثالث
الزوايا الداخلية في المضلعات المنتظمة

1- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي 360°، استخدم هذه القاعدة لإثبات أن قياس زاوية المضلع المنتظم الداخلية الذي عدد أضلاعه n تعطى بالمعادلة:

$$f(n) = 180\,(1-\frac{2}{n})^\circ$$



2- كم عدد أضلاع أصغر مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية عدد غير صحيح؟

3- أوجد عدد أضلاع مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 156°.

4- أثبت أنه لا يوجد مضلع منتظم عدد أضلاعه n يكون قياس زاويته الداخلية 155°.

5- ما المضلع المنتظم الذي لديه أكبر عدد من الأضلاع، ويكون قياس زاويته الداخلية عدداً صحيحاً.

6- أوجد صيغة $g(n)$ تمثل الفرق بين قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n ومضلع آخر منتظم عدد أضلاعه $n - 1$، واكتبها في أبسط صورة.

7- استخدم الصيغة $g(n)$ في السؤال السابق لإيجاد قيمة n عندما يكون $g(n) = 4^\circ$.

8- استنتج الصيغة $h(n)$ من الصيغة $f(n)$ الواردة في السؤال الأول لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n.

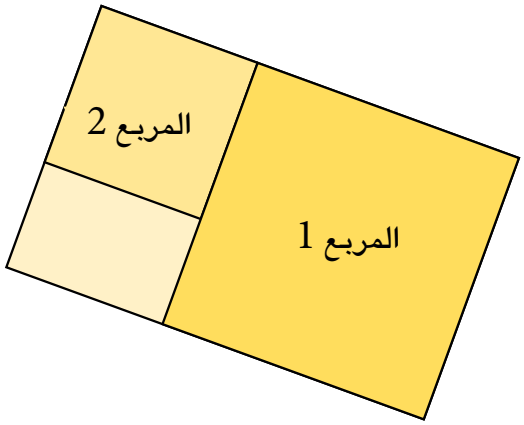
9- أثبت أنه إذا زاد n بمقدار 1، فإن $h(n)$ ستزداد دائمًا بمقدار ثابت، أوجد هذا الثابت.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الرابع
حذف مربعات من المستطيلات

1- اتبع الخطوات في هذا النشاط، واستخدم النتائج التي ستحصل عليها لإكمال الجدول المرفق في الجزء (d) من هذا السؤال.

a) ارسم مستطيلاً، وقس طوله وعرضه، ثم أوجد مساحته.



b) احذف أكبر مربع ممكن (المربع 1) واحسب مساحته، ثم احسب مساحة المستطيل المتبقي.

c) احذف أكبر مربع ممكن من المستطيل المتبقي (المربع 2) واحسب مساحته، ثم احسب مساحة المستطيل المتبقي.

d) كرّر هذه العملية قدر الإمكان، ثم سجّل مساحة كلّ من المربع و المستطيل المتبقي.

الشكل	المساحة	نسبة مساحة المربع المحذوف إلى مساحة المستطيل	نسبة مساحة المربع إلى مساحة المربع السابق
المستطيل			
المربع (1)			
المربع (2)			

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

2- كَرِّرِ الخطوات من السؤال السابق باستخدام مستطيلات أخرى.

3- قارن النتائج التي حصلت عليها لكلّ مستطيل مع نتائج الطلاب الآخرين. هل هناك نمط في التناسب في آخر عمودين من الجدول؟

a4) هل يوجد مستطيل من النتائج السابقة كانت النسبة بينه وبين المربع هي نفسها في الخطوات جميعها؟

b) إذا كانت الإجابة لا، هل تستطيع إيجاد هذا المستطيل؟

مساعدة: ابحث عن المستطيل الذهبي في المراجع أو الإنترنت.

c) ما النسبة بين أضلاعه؟

d) ما نسبة المساحة بين المربعات في هذا المستطيل؟

الوحدة الثامنة
التناسب والتشابه

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الهدف التعلمي للوحدة

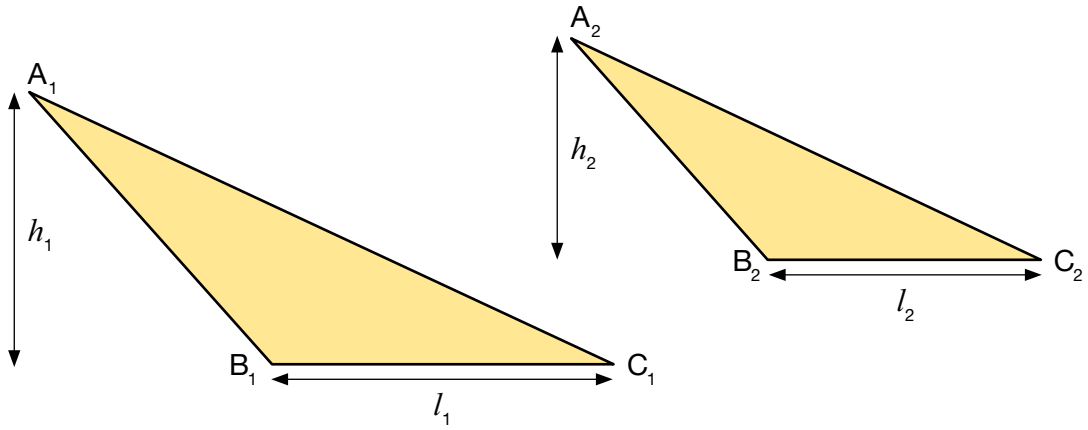
- فهم تأثير التشابه على المساحات

النشاط الأول
المساحات والمثلثات المتشابهة

1a) مثلث قائم الزاوية مساحته 15 وحدة مربعة وارتفاعه 10 وحدات، ويشابه مثلثًا قائمًا آخر مناظرًا له ارتفاعه 20 وحدة، ما مساحة هذا المثلث؟

b) ماذا لو لم نكن نعلم بأن المثلثين قائما الزاوية، كيف ستختلف إجابتك في الجزء a من السؤال؟

a2) يمثل الشكل أدناه مثلثين منفرجي الزاوية متشابهين هما: المثلث $A_1 B_1 C_1$، والمثلث $A_2 B_2 C_2$.



أثبت أن الارتفاعين المتناظرين h_1، h_2 للمثلثين لهما النسبة نفسها لطولي القاعدتين المتناظرتين l_1، l_2.

b) مثلثان متشابهان لهما المساحة نفسها، ماذا تستنتج عن قاعدتيهما وارتفاعيهما؟

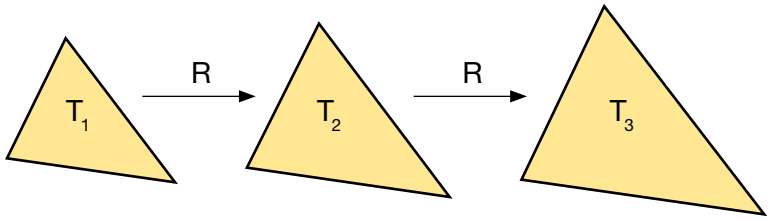
c) إذا كان المثلثان متشابهين بمعامل تشابه = R، اكتب تعبيراً بدلالة R عن النسبة بين مساحتي هذين المثلثين.

3- مساحة مثلث 175 وحدة مربعة، وطول أحد أضلاعه 5 وحدات، ويشابه مثلثًا آخر مساحته 7 وحدات مربعة، ما طول الضلع المناظر في هذا المثلث لضلع المثلث الأول المعلوم؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

4- مثلثان متشابهان مساحة الأول تساوي 1000 وحدة مربعة، ومساحة الثاني تساوي 10 وحدات مربعة أوجد معامل التشابه بينهما.

5- الشكل أدناه يمثل ثلاثة مثلثات متشابهة هي: T_3, T_2, T_1، وقد تم تكرار معامل التشابه R من T_1 إلى T_2، ومن T_2 إلى T_3.



a) يمثل الجدول الآتي بعض المساحات الممكنة و معاملات التشابه المختلفة. أكمل الجدول مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من ألف إن كان ذلك ضروريًا.

المساحة T_1	المساحة T_2	المساحة T_3	R
1			2
10	22.5		
100		6.25	
	5		0.5
		64	2
	10	12	

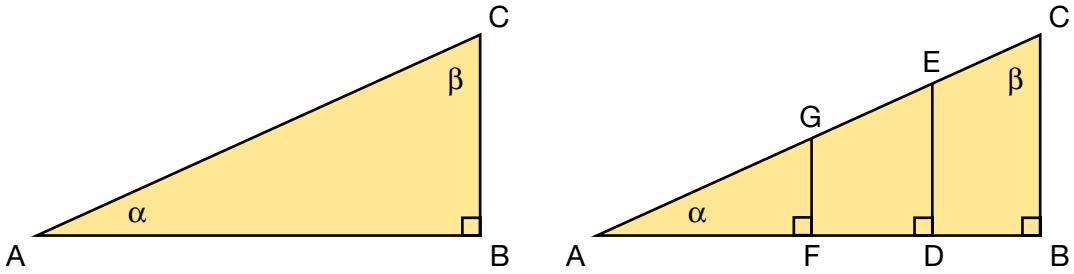
b) الآن، أضف صفًا جديدًا للجدول، واملأ خليتين منه، ثم أعطه لأحد الطلاب ليكمله مستخدمًا أمثلة ليست سهلة تحتوي أعدادًا كلية أو كسورًا عشرية بسيطة.

المساحة T_1	المساحة T_2	المساحة T_3	R

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الثاني
المثلثات قائمة الزاوية المتشابهة

1- من خلال مجموعات صغيرة يشكلها المعلم، بحيث يقوم كلّ طالب برسم مثلث قائم الزاوية كما في الشكل أدناه، وبحيث تكون هذه المثلثات مختلفة في أطوال أضلاعها وقياس زواياها.



2- اعمل منفردًا، وقم بقياس الزاوية ؟ في المثلث الذي رسمتهُ واستخدم قياس الزاوية هذه لبقية النشاط.

3- ارسم القطعتين المستقيمتين $\overline{DE}$، $\overline{FG}$ موازيتين لِـ $\overline{BC}$ في المثلث الذي رسمتهُ كما في الشكل السابق.

4- قس أطوال القطع المستقيمة المختلفة في رسمك، ثم أكمل جداول النسب الآتية مقربًا إجاباتك إلى أقرب منزلتين

$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$	$\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$	$\frac{\overline{FG}}{\overline{AF}}$

$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$	$\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$	$\frac{\overline{FG}}{\overline{AG}}$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$	$\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$	$\frac{\overline{AF}}{\overline{AG}}$

a) ماذا تلاحظ من هذه النتائج؟

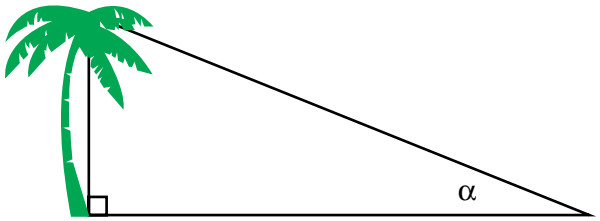
b) وضح لماذا ظهرت النتائج على هذا الشكل؟

c) قارن نتائجك بنتائج الطلاب الآخرين، ماذا تلاحظ؟ ما التشابه والاختلاف مع إجابتك؟ هل يمكنك تفسير ذلك؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

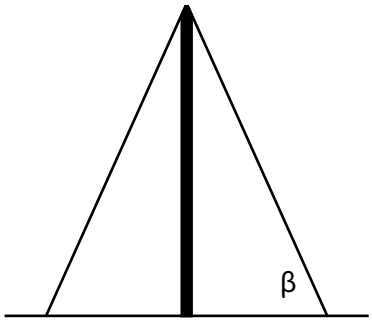
5- اعتمد قياس الزاويتين α ، β في المثلث الذي ترسمه، قدِّر مع زميلك كيف ستجيبون عن الأسئلة الآتية (تذكر أن الإجابات ستكون مختلفة لأن قياس الزاويتين α، β مختلفة عن قياس زميلك).

a) ما ارتفاع الشجرة؟



35 متراً

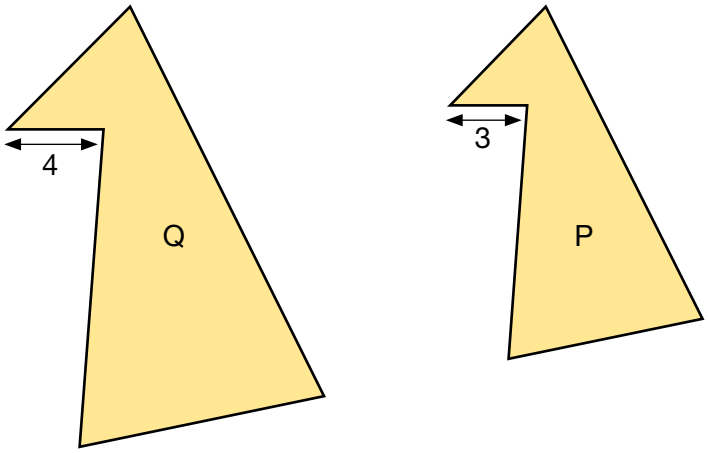
b) يوضح الشكل الآتي عمودًا قائمًا ارتفاعه 3.5 متر، تم تدعيمه وتثبيته بواسطة حبلين في الأرض، قياس الزاوية بين الحبل والأرض هو β وهي نفسها β التي استعملتها في مثلثك.



أوجد الحد الأدنى لطول الحبال الداعمة.

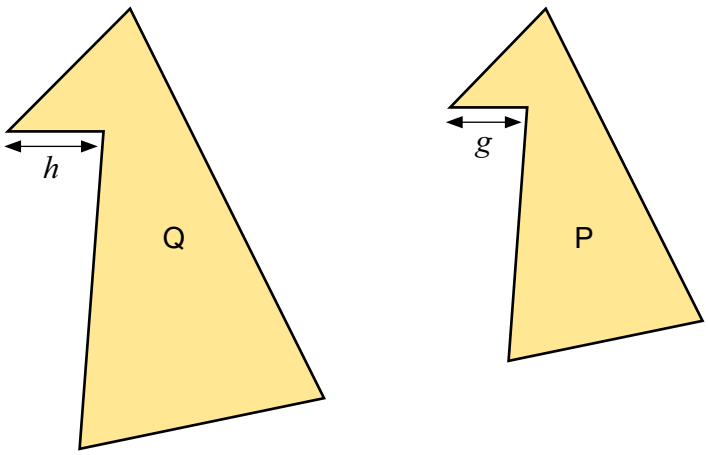
مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

الشكلان الهندسيان P وQ متشابهان.



1- إذا كان محيط الشكل P هو 40 وحدة ومساحته 30 وحدة مربعة، فما محيط ومساحة الشكل Q؟

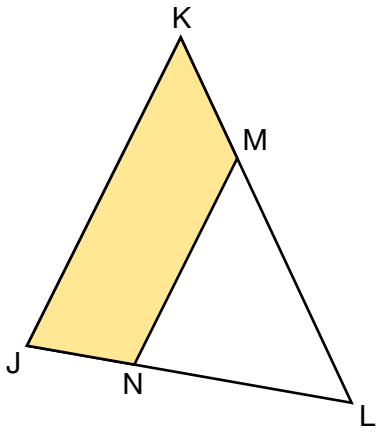
2- أعد حل السؤال الأول مع القياسات g وh الجديدة. ولكن بالمحيط نفسه لـ P الذي يساوي 40 وحدة، ومساحته 30 وحدة مربعة.



ما محيط الشكل Q ومساحته؟

"موهبة .. حيث تنتمي"

3- المثلث JKL في الشكل الآتي يشبه المثلث NML. ومساحة المثلث JKL هي وحدة مربعة واحدة.



اكتب تعبيرًا رياضيًا لمساحة الشكل الرباعي المظلل بدلالة كلّ من KL، وML.

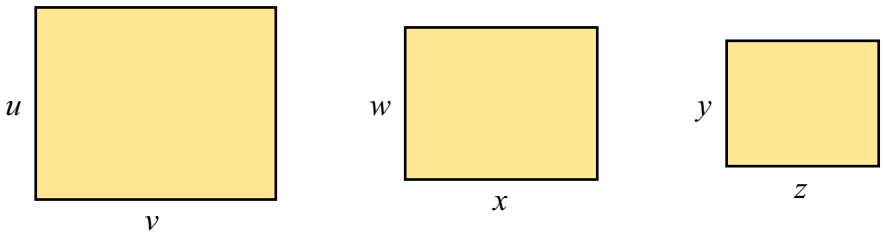
4- أبعاد قطعة ورقة مستطيلة الشكل هي r وt. وقد طويت الورقة طوليًا من المنتصف لتشكل مستطيلاً أصغر.

وكان المستطيل الصغير يشبه المستطيل الأصلي الكبير .

احسب النسبة r : t.

5- المستطيلات الثلاثة الآتية متشابهة لها الأبعاد:

- u, v
- w, x
- y, z



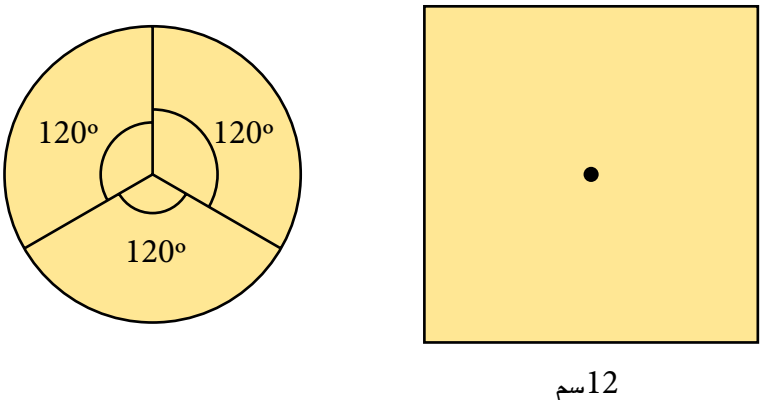
أثبت أن المستطيل ذا الأبعاد (u + w + y)، (v + x + z) يشبه المستطيلات التي في الشكل.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
تقسيم الكعكة

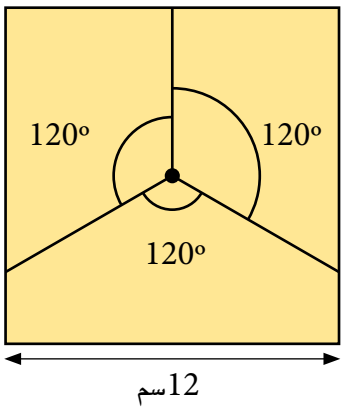
لقسمة قالب الكعك الدائري إلى ثلاث قطع متساوية، فإن قياس زوايا القطع المركزية يساوي 120°.

يمثل الشكل الأيمن سطح قالب كعك مربع طول ضلعه 12سم، وتمثل النقطة مركز المربع، سيتم تقسيم القالب إلى ثلاث قطع متساوية.

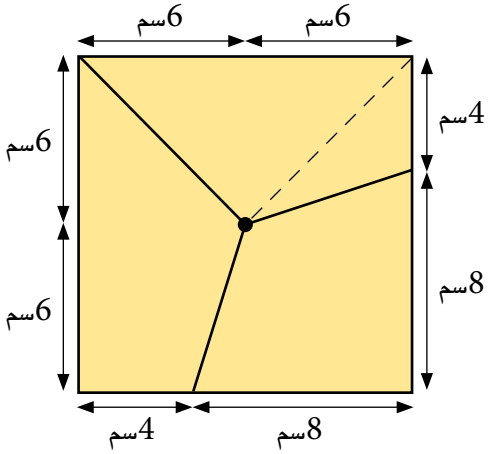


12سم

1- إذا تم تقسيم قالب الكعك ذو السطح المربع إلى ثلاث قطع متساوية بحيث يكون لها محور تماثل واحد، ويكون قياس الزوايا المركزية 120°، فهل القطع الثلاث لها المساحة نفسها؟



2- فيما يلي طريقة أخرى مختلفة لتقسيم قالب الكعك:



أثبت أن القطع الثلاث لها المساحة **نفسها**.

"موهبة .. حيث تنتمي"

ابحث في الأسئلة الآتية على ورقة منفصلة.

3- محيط سطح قالب الكعك المربع يساوي 48سم، طول الحرف الخارجي لكل قطعة 16سم، فهل صحيح أنه إذا كان طول الحرف الخارجي لكل قطعة 16سم، فإن القطع الثلاث لها مساحة السطح نفسها؟

4- هل يمكن تطبيق ذلك على مربعات بأبعاد مختلفة؟

5- إذا اختلف عدد القطع؟ فهل يمكن تطبيق علاقة مكافئة للعلاقة السابقة؟ على سبيل المثال (قسّم مربعًا إلى أربع قطع متساوية، طول الحرف الخارجي 12سم لكل قطعة، تأكد أن القطع كلها لها مساحة السطح نفسه).

6- ماذا لو كان سطح قالب الكعك على شكل مضلع خماسي منتظم، أو مضلع سداسي منتظم؟ فهل تنطبق علاقة التكافؤ السابقة؟

الوحدة التاسعة
التحويلات الهندسية

معلومات عن الوحدة

الهدف التعلمي للوحدة

- تعميق فهم التحويلات الهندسية الآتية: الدوران، والانعكاس، والإزاحة، والتمدّد.

النشاط الأول
الدوران والانعكاس

استخدم ورقة الرسم البياني، أو ورقة الرسم البياني المرفقة في البرمجية لاستكشاف حل المسائل الآتية:

a1) أوجد صورة النقطة (3, 4) بعد انعكاسها في المستقيم $y = x$.

b) أكمل هذه الجملة عن الانعكاس في المستقيم $y = x$.

إذا انعكست النقطة (a, b) في المستقيم $y = x$،
فإن إحداثيات النقطة بعد الانعكاس هي.....

c) ما النقاط التي لا يتغير إحداثياتها جراء انعكاسها في المستقيم $y = x$؟

a2) انعكست النقطة (3, 4) في المستقيم $y = x$، ثم انعكست صورتها في المستقيم $y = -x$، ما إحداثيي النقطة الناتجة من تركيب التحويلين الهندسيين؟

b) أكمل العبارة الآتية المتعلقة بالانعكاس في المستقيم $y = x$، ثم الانعكاس في المستقيم $y = -x$.

إذا انعكست النقطة (a, b) في المستقيم $y = x$، ثم اتّبع بانعكاس في المستقيم $y = -x$ فإن إحداثيي القطعة الجديدة هما .....

c) ما النقاط التي لا يتغير إحداثييها في تركيب هذين التحويلين الهندسيين؟

3- ما تأثير تركيب التحويلين الهندسيين؛ انعكاس شكل هندسي في المستقيم $y = x$، ثم انعكاسه في محور x؟

4- ما تأثير تركيب التحويلين الهندسيين؛ انعكاس شكل هندسي في المستقيم $y = x$، ثم انعكاسه في محور y؟

a5) ما ناتج تركيب التحويلات الهندسية الأربعة في السؤالين 4 و 3، أي الانعكاس في المستقيم $y = x$، ثم في محور x، ثم في المستقيم $y = x$، ثم انعكاس في محور y؟

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

b) هل يؤثر ترتيب تركيب التحويلات الهندسية السابقة في النتائج؟

6- إذا انعكس الشكل في المستقيم $y = 2x$، فأوجد الانعكاس الثاني إذا علمت أن تركيب التحويلين الهندسيين يكافئ دوران الشكل 90° حول نقطة الأصل باتجاه عكس عقارب الساعة.

النشاط الثاني
تركيب التحويلات الهندسية

في هذا النشاط:

- نستخدم الحرف T للدلالة على أي تحويل هندسي سواء كان انعكاسًا، أو إزاحة، أو دورانًا أو تمدّدًا.
- إذا كان هناك أكثر من تحويل واحد، سندل عليها باستخدام الرموز T_1، T_2 ، وهكذا.
- إذا كانت A نقطة، فإن $T(A)$ هي صورة هذه النقطة تحت تأثير التحويل الهندسي T.

استخدم ورقة الرسم البياني للمساعدة في حل الأسئلة الآتية:

1- أوجد $T(A)$ إذا كانت $A(2, 3)$ و T هو:

a) انعكاسًا في المستقيم $y = x$.

b) إزاحة بمقدار $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) يمثل دورانًا 90° باتجاه عكس عقارب الساعة حول نقطة الأصل $(0, 0)$.

d) تمدّدًا معامله 2 ومركزه $(1, 1)$.

2- إذا رمزنا لإنعكاس النقطة A في المستقيم $y = x$ بالرمز T_1 و رمزنا للإزاحة بمقدار $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ بالرمز (T_2) فإننا نعبر عن تركيب التحويلين الهندسيين بالرمز $T_2(T_1(A))$

لاحظ أن الترتيب في إجراء التحويلات الهندسية ليس كما هو مرتب في الكتابة.

استخدم التحويلات الهندسية في السؤال الأول لإيجاد كلّ من:

a) $T_1(T_2(A))$

b) $T_3(T_4(A))$

c) $T_1(T_1(A))$

d) $T_2(T_2(A))$

e) $T_1(T_2(T_3(T_4(A))))$

"موهبة .. حيث تنتمي"

3- أوجد تحويلاً هندسيًا يكافئ كلّ تركيب من التحويلات الهندسية في السؤال الثاني.

4- إذا أجرينا تركيب التحويلات الهندسية نفسه في السؤال الثاني على النقطة B. فهل سيكافئ التحويل الهندسي الوحيد نفسه في السؤال الثالث؟

النشاط الثالث
معكوس التحويلات الهندسية

معكوس التحويل الهندسي T يعيد النقطة إلى موضعها الأصلي الذي كانت عليه قبل إجراء التحويل الهندسي، ويرمز إلى معكوس التحويل الهندسي بالرمز T^{-1}.

تركيب التحويل الهندسي مع معكوسه لا يحدث أيّ تأثير؛ أي أن:

$$T^{-1}(T(A)) = A \text{ ، و } T(T^{-1}(A)) = A$$

ابحث في حل الأسئلة الآتية مستخدمًا ورقة الرسم البياني.

1- ما معكوس التحويل الهندسي لكلٍّ من التحويلات الآتية، وفي كل حالة، تأكد من أنّ $T^{-1}(T(A)) = A$، و $T(T^{-1}(A)) = A$ لأكثر من نقطة، وليس لنقطة واحدة.

a) الانعكاس في $y = x$

b) إزاحة بمقدار $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) دوران 90° عكس اتجاه عقارب الساعة حول $(0, 0)$

d) تمدّد معامله 2 ومركزه $(1, 1)$

2- اعمل مع زملائك ضمن مجموعات صغيرة لصياغة عبارات مناسبة تلخص النتائج التي توصلت إليها في السؤال 2 بشأن معكوس التحويلات الهندسية، وذلك كما يلي:

a) معكوس الانعكاس في [حدد مستقيم] هو .....

b) معكوس الإزاحة بمقدار [حدد المتجه] هو .....

c) معكوس الدّوران بمقدار [حدد المقدار والاتجاه ونقطة الدوران] هو .....

d) معكوس التمدّد بمقدار [حدد معامل المقياس ومركز التمدد] هو .....

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
هل يؤثر الترتيب في التحويلات الهندسية؟

يستعمل مصطلح "الابدالية" في الرياضيات للدلالة على الحالات التي لا يكون الترتيب مهماً فيها.

ففي العمليات على الأعداد، مثلاً، تعتبر عملية الجمع ابدالية، أي أنّ $a + b = b + a$، ولكن عملية الطرح ليست ابدالية، وذلك لأن $b - a \neq a - b$.

يحقق التحويلان الهندسيان T_1، T_2 شروط الابدالية إذا كان ترتيب إجرائهما غير مهم، أي أن:
$T_2(T_1(A)) = T_1(T_2(A))$.

1- اعتمد التحويلات الهندسية الأربعة الآتية:

- T_1 انعكاس في $y = x$.
- (T_2) إزاحة بمقدار
- (T_3) دوران 90° عكس اتجاه عقارب الساعة حول $(0, 0)$.
- (T_4) تمدّد بمعامل مقياس يساوي 2 ومركزه $(1, 1)$.

ادرس التركيبات المختلفة للتحويلات الهندسية السابقة وبيِّن أيها يحقق شروط الابدالية:
هل التحويل T_1 متبوعًا بالتحويل T_2 يكافئ التحويل T_2 متبوعًا بالتحويل T_1؟
وهل التحويل T_3 متبوعًا بالتحويل T_4 يكافئ التحويل T_4 متبوعًا بالتحويل T_3؟ وهكذا.
اعرض نتائجك مستعملاً عبارات مثل.
"تركيب التحويلين T_y، T_xابدالي"، أو "تركيب التحويلين T_y، T_x ليس ابدالياً".

2- بيّن أي تركيب من التحويلات الهندسية الآتية يحقق الخاصية الابدالية:

a) انعكاس في مستقيم يتبعه انعكاس آخر في مستقيم آخر.

b) إزاحة تتبعها إزاحة أخرى مختلفة.

c) دوران حول نقطة يتبعه دوران آخر حول النقطة نفسها.

d) تمدّد يتبعه تمدّد حول النقطة نفسها.

قدم مثالاً عكسيًا أو برهانًا على كل استنتاجاتك.

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة العاشرة
الدوائر

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

معلومات عن الوحدة

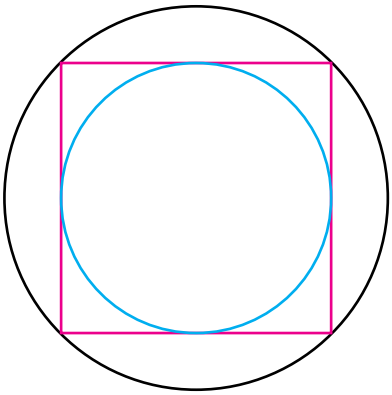
الهدف التعلمي للوحدة

- تعميق فهم العلاقات بين الدوائر مختلفة المقاسات

النشاط الأول
النسبة بين مساحتين

يمثل الشكل أدناه مربعًا رسمت بداخله دائرة تمس أضلاع المربع جميعها.

ثم رسمت دائرة خارجية أخرى تمر برؤوس المربع الأربعة.



1- افرض أن طول ضلع المربع هو 10سم.

a) ما مساحة الدائرة الدخلية؟

b) ما طول قطر المربع؟

c) ما مساحة الدائرة الخارجية؟

d) ما العلاقة بين مساحتي الدائرتين الداخلية والخارجية؟

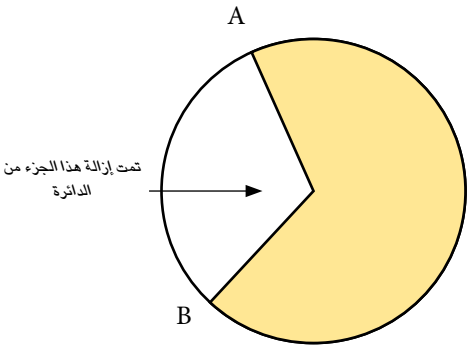
2- إذا كانت نتيجة ما حصلت عليه من العلاقة بين مساحتي الدائرتين صحيحة في السؤال d1، فهل تكون صحيحة مهما كان طول ضلع المربع؟ أثبت ذلك.

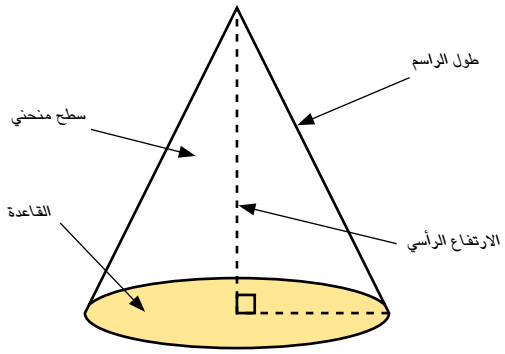
3- إذا رسمتَ مربعًا خارجياً كبيراً يمس الدائرة الخارجية:

a) فما مساحته؟

b) هل العلاقة بين مساحتي المربعين صحيحة أيضاً مهما كان طول ضلع المربع الأصلي؟ أثبت ذلك.

يمثل الشكل أدناه مخروطًا وشبكة سطحه دون قاعدته.





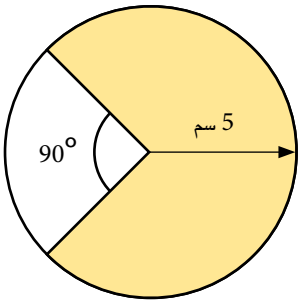
شبكة المخروط هي دائرة أُخِذَ منها قطاعٌ دائريٌّ

1- اصنع شبكة المخروط، وصل بين النقطتين A وB، وألصقهما لتشكِّلَ مخروطًا.

a) هل تغيير زاوية القطاع الدائري تؤثر في ارتفاع المخروط؟

b) هل تغيير زاوية القطاع الدائري تؤثر في مساحة قاعدة المخروط؟

2- يمثل الشكل أدناه شبكة مخروط من دائرة نصف قطرها 5سم، تم اقتطاع قطاع دائريّ منها زاويته 90°.

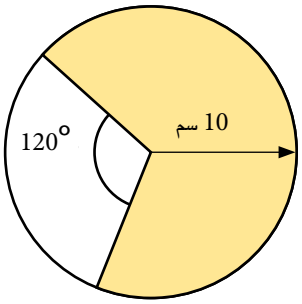


a) احسب مساحة المخروط الجانبية.

b) أوجد محيط قاعدة المخروط الدائرية.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

3- يمثل الشكل أدناه شبكة مخروط من دائرة نصف قطرها 10سم، تم اقتطاع قطاع دائريّ منها زاويته 120°.

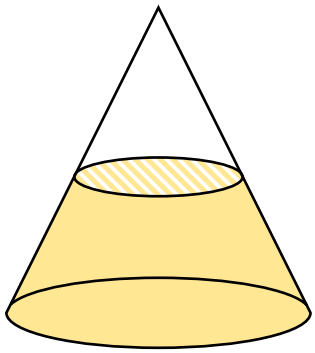


a) أوجد طول الراسم للمخروط.

b) احسب طول نصف قطر قاعدة المخروط الدائرية.

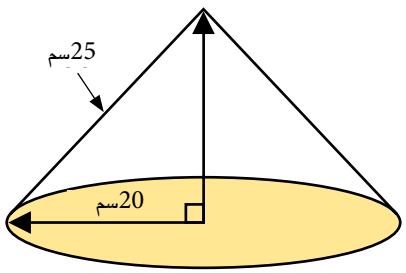
c) احسب مساحة قاعدة المخروط.

4- تم اقتطاع مخروط صغير من أعلى المخروط الكبير حيث كان ارتفاعه يساوي نصف ارتفاع المخروط الكبير.



ارسم شبكة المخروط الدائري الناقص المتبقي.

5- الارتفاع الجانبي المائل للمخروط في الشكل أدناه يساوي 25سم، وطول نصف قطر قاعدته 20سم.



a) احسب ارتفاع المخروط.

b) احسب قياس زاوية القطاع الدائري الذي تم اقتطاعه من دائرة شبكة المخروط.

"موهبة .. حيث تنتمي"

النشاط الثالث
المثلثات المتماسة مع الدوائر

سوف تتعاون مع بعض زملائك في هذا النشاط، علماً بأنك ستبدأ العمل بمفردك في بادئ الأمر

1- اتبع التعليمات الآتية لرسم الشكل بدقة.

a) ارسم دائرة نصف قطرها 6سم.

b) ارسم أيَّ نصف قطر ومدّه إلى الخارج لتصل إلى النقطة A التي تبعد 4سم تمامًا عن المحيط.

c) والآن، ارسم مستقيمين متماسين مع الدائرة، من النقطة A، وسَمِّ نقطتي التماس B، C.

d) اختر أيَّ نقطة D على القوس الواصل بين النقطتين B وC، وارسم مماسًا للدائرة عند النقطة D يقطع المستقيم AB في E، و المستقيم AC في F.

e) الآن، أوجد محيط المثلث AEF.

2- قارن بين قيمتي المحيط للمثلث AEF في رسمك مع محيط المثلث الموجود في رسم زميلك / زملائك.

يختار كل منكم موقعًا مختلفًا للنقطة D على القوس AB، ومن المحتمل أن بعض هذه النقاط متطابق. على أي حال، افترض أن اختياراتكم صحيحة، وعليه، يجب أن تكون قيمة المحيط 16سم.

محيط المثلث AEF ثابت بغض النظر عن موقع النقطة D، وضّح ذلك.

3- ما محيط المثلث AEF إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي 5سم، وبعد النقطة A يساوي 8سم عن محيط الدائرة؟

4- أوجد معادلة تعطي محيط المثلث AEF لأيِّ دائرة نصف قطرها يساوي r سم، والنقطة A تبعد مسافة y سم عن محيط الدائرة.

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

النشاط الرابع
معادلة الدائرة

معادلة الدائرة التي مركزها (a, b) وطول نصف قطرها r، هي:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

1- حدّد إذا كانت كلّ من المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة أم لا. وإذا مثلت معادلة دائرة، أوجد مركزها وطول نصف قطرها.

a) $(y - 1)^2 = -(x - 2)(x + 2)$

b) $1 + \frac{y^2 + 100}{^2x} = 0$

c) $3x^2 - 3x + 3y^2 - 2y + 1 = 0$

2- أوجد معادلة صورة كلّ دائرة من الدوائر الآتية بعد الانعكاس في المستقيم المشار إليه:

a) المعادلة $x^2 + y^2 = 1$ في المستقيم $x = 10$.

b) المعادلة $x^2 + (y + 4)^2 = 100^2$ في المستقيم $y = 5$.

c) المعادلة $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ في المستقيم $y = -x$.

a3) أوجد معادلة الدائرة التي تقع بين المستقيمات الأربعة الآتية:
$x = 1, x = 3, y = 2, y = 4$ وتمسها.

b) ما معادلة الدائرتين اللتين تقعان بين المستقيمات الثلاثة الآتية:
$x = -2, x = 8, y = 5$ وتمسها.

c) هناك عدة دوائر تقع بين المستقيمين $y = 4$, $x = 2$ وتمسّهما.
أوجد معادلة المستقيمين اللذين تقع عليهما مركزي كل دائرتين متقابلتين قُطرياً.

"موهبة .. حيث تنتمي"

الوحدة الحادية عشرة
قاعدة بنفورد

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

معلومات عن الوحدة

الهدف التعلمي للوحدة

- تقدير قيمة تطبيق الرياضيات على المسائل والمشاكل اليومية في الحياة

الاستقصاء

في عام 2009م، كان عدد سكان المملكة العربية السعودية 28.687 مليون نسمة، وكان ترتيبها 41 ضمن الدول من حيث عدد السكان.

أما عدد السكان الكويت فكان 2.693 مليون نسمة، وترتيبها 139 ضمن الدول من حيث عدد السكان.

نلاحظ أن الرقم "2" يظهر في بداية العدد الذي يمثل السكان في البلدين.

الرقم "2" هو الرقم الأول في عدد سكان 14٪ من دول العالم، هل هذا ما كنت تتوقعه؟ لماذا تجيب بنعم؟ أو لماذا تجيب بلا؟ كيف تتوقع أن يتوزع الرقم الأول من عدد سكان دول العالم؟

1- قم بإعداد بحث عن عدد سكان دول العالم لتعرف تمامًا كيف يتوزع الرقم الأول فيها؟

2- ابحث عن "قاعدة بنفورد".

3- هل يتبع عدد السكان في مختلف دول العالم قاعدة بنفورد؟

4- ابحث كيف تمكن المحاسبون القانونيون من كشف الحيلة أو التزوير بعد استخدامهم لقاعدة بنفورد.

5- قم بإعداد عرض موجز أو تسجيل صوتي، تشرح فه لطلاب من مدارس أخرى كيف تستخدم قاعدة بنفورد لكشف حالات التزوير .

ملاحظة: تم إعداد الإحصائيات السكانية المستخدمة في هذه الوحدة من دليل بيانات العالم الصادر عن وكالة الاستخبارات المركزية:
https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/index.html

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

موهبة

بوابة موهبة الإلكترونية

شاركنا التجربة واكتشف عالم بوابة موهبة
المرجع الرئيسي للموهبة والإبداع والابتكار في العالم العربي

بوابة موهبة الإلكترونية بوابةٌ علمية متخصصة في إرساء أسس تربية الموهوبين والمبدعين في المملكة العربية السعودية والعالم العربي. تقدّم خدمات متنوعة للموهوبين والقائمين على رعايتهم، وتعتبر مصدرًا معرفيًا متجددًا ومجالاً تفاعليًا للمشاركة المجتمعية.

Info@mawhiba.org.sa
الرقم المجاني: 8006123333

"موهبة .. حيث تنتمي"